

EXAMEN FINAL. PRIMERA EVALUACIÓN**MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES I****NOMBRE:****GRUPO:**

1.- Si $\log_a N=2$ y $\log_a 32N=5$, halla razonadamente el valor de a y el de N

2.- Opera y simplifica al máximo las siguientes expresiones

a) $(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2 - (\sqrt{3}-\sqrt{2})^2 + \sqrt{24}$

b) $\frac{3\sqrt{6}+2\sqrt{2}}{3\sqrt{3}+2}$

3.- Averigua cuanto deben valer a y b para que los polinomios $x+1$ y $x-2$ sean divisores de

$$P(x)=x^4-6x^3+ax^2+bx-6$$

4.- Resuelve la siguiente operación dejando simplificado el resultado

$$\left(x^2 + \frac{2}{x}\right) : \left(\frac{4x^2}{5x+1} + \frac{8x}{5x^3+x^2}\right)$$

5.- Resuelve las siguientes ecuaciones

a) $\log \sqrt{3x+1} - \log \sqrt{2x-3} = 1 - \log 5$

b) $x^2 - 1 = \frac{16}{x^2 - 10}$

6.- Resuelve el siguiente sistema $\begin{cases} x^2 - 3y^2 = 13 \\ 3x - y = 17 \end{cases}$

7.- En un triángulo rectángulo, de perímetro 60 cm, un cateto es 14 cm más largo que el otro. Halla la longitud de los tres lados del triángulo

$$\textcircled{1} \log_a N = 2 \quad \log_a 32N = 5 \quad \text{¿a, N?}$$

$$5 = \log_a 32N = \log_a 32 + \log_a N = \log_a 32 + 2$$

$$\log_a 32 = 3 \Rightarrow a^3 = 32 \Rightarrow \boxed{a = \sqrt[3]{32}}$$

$$\log_a N = 2 \Rightarrow a^2 = N \Rightarrow \boxed{N = \sqrt[3]{32^2}}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{2} \text{ a) } (\sqrt{3} + \sqrt{2})^2 - (\sqrt{3} - \sqrt{2})^2 + \sqrt{24} &= \\ &= 3 + 2 + 2\sqrt{6} - (3 + 2 - 2\sqrt{6}) + \sqrt{2^3 \cdot 3} = \\ &= 4\sqrt{6} + 2\sqrt{6} = 6\sqrt{6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \frac{3\sqrt{6} + 2\sqrt{2}}{3\sqrt{3} + 2} &= \frac{(3\sqrt{6} + 2\sqrt{2})(3\sqrt{3} - 2)}{(3\sqrt{3} + 2)(3\sqrt{3} - 2)} = \\ &= \frac{9\sqrt{18} - 6\sqrt{6} + 6\sqrt{6} - 4\sqrt{2}}{9 \cdot 3 - 4} = \frac{9\sqrt{18} - 4\sqrt{2}}{23} = \\ &= \frac{9\sqrt{2 \cdot 3^2} - 4\sqrt{2}}{23} = \frac{27\sqrt{2} - 4\sqrt{2}}{23} = \frac{23\sqrt{2}}{23} = \sqrt{2} \end{aligned}$$

• Otra forma: Si nos fijamos bien

$$\frac{3\sqrt{6} + 2\sqrt{2}}{3\sqrt{3} + 2} = \frac{3\sqrt{2}\sqrt{3} + 2\sqrt{2}}{3\sqrt{3} + 2} = \frac{\sqrt{2}(3\sqrt{3} + 2)}{\cancel{3\sqrt{3} + 2}} = \sqrt{2}$$

$$\textcircled{3} \quad P(x) = x^4 - 6x^3 + ax^2 + bx - 6$$

$$P(x) \underline{x+1} \text{ exacta} \Rightarrow P(-1) = 0$$

$$P(x) \underline{x-2} \text{ exacta} \Rightarrow P(2) = 0$$

$$P(-1) = 1 + 6 + a - b - 6 = 0 \Rightarrow a - b = -1$$

$$P(2) = 16 - 48 + 4a + 2b - 6 = 0 \Rightarrow 4a + 2b = 38$$

$$4a - 4b = -4$$

$$4a + 2b = 38$$

$$\hline -6b = -42$$

$$\boxed{b = 7} \Rightarrow \boxed{a = 6}$$

$$\textcircled{4} \quad \left(x^2 + \frac{2}{x}\right) : \left(\frac{4x^2}{5x+1} + \frac{8x}{5x^3+x^2}\right) =$$

$$= \left(\frac{x^3+2}{x}\right) : \left(\frac{4x^4+8x}{x^2(5x+1)}\right) =$$

$$= \frac{(x^3+2) \cdot x^2(5x+1)}{x \cdot (4x^4+8x)} = \frac{x^2(x^3+2)(5x+1)}{4x^2(x^3+2)} = \frac{5x+1}{4}$$

$$\textcircled{5} \text{ a) } \log \sqrt{3x+1} - \log \sqrt{2x-3} = 1 - \log 5$$

$$\log \sqrt{\frac{3x+1}{2x-3}} = \log 10 - \log 5$$

$$\log \sqrt{\frac{3x+1}{2x-3}} = \log 2$$

$$\sqrt{\frac{3x+1}{2x-3}} = 2$$

$$\frac{3x+1}{2x-3} = 4$$

$$3x+1 = 8x-12$$

$$13 = 5x$$

$$\boxed{x = \frac{13}{5}}$$

$$b) \quad x^2 - 1 = \frac{16}{x^2 - 10}$$

$$(x^2 - 1)(x^2 - 10) = 16$$

$$x^4 - 10x^2 - x^2 + 10 = 16$$

$$x^4 - 11x^2 - 6 = 0 \quad \downarrow \quad x^2 = t$$

$$t^2 - 11t - 6 = 0$$

$$t = \frac{11 \pm \sqrt{145}}{2} \quad \left\{ \begin{array}{l} t = \frac{11 + \sqrt{145}}{2} \Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{11 + \sqrt{145}}{2}} \\ t = \frac{11 - \sqrt{145}}{2} < 0 \Rightarrow \text{No existe } x \end{array} \right.$$

También se podría aproximar

$$\textcircled{6} \quad \begin{cases} x^2 - 3y^2 = 13 \\ 3x - y = 17 \rightarrow y = 3x - 17 \end{cases}$$

$$x^2 - 3(3x - 17)^2 = 13$$

$$x^2 - 3(9x^2 - 102x + 289) = 13$$

$$x^2 - 27x^2 + 306x - 867 = 13$$

$$-26x^2 + 306x - 880 = 0$$

$$13x^2 - 153x + 440 = 0$$

$$x = \frac{153 \pm \sqrt{529}}{26} = \frac{153 \pm 23}{26}$$

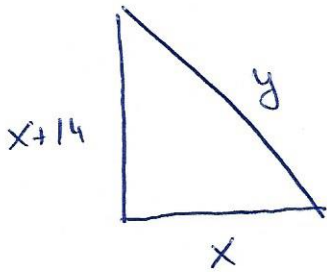
$$x = \frac{176}{26} = \frac{88}{13} \rightarrow y = 3 \cdot \frac{88}{13} - 17 = \frac{43}{13}$$

$$x = 5 \rightarrow y = 3 \cdot 5 - 17 = -2$$

$x = \frac{88}{13}$	$y = \frac{43}{13}$
$x = 5$	$y = -2$

7

$$P = 60 \text{ cm}$$



$$\left. \begin{array}{l} x + x + 14 + y = 60 \\ x^2 + (x + 14)^2 = y^2 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 2x + y = 46 \rightarrow y = 46 - 2x \\ x^2 + (x + 14)^2 = y^2 \end{array}$$

$$x^2 + (x + 14)^2 = (46 - 2x)^2$$

$$x^2 + x^2 + 28x + 196 = 2116 - 184x + 4x^2$$

$$2x^2 + 28x + 196 = 2116 - 184x + 4x^2$$

$$2x^2 - 212x + 1920 = 0$$

$$x^2 - 106x + 960 = 0$$

$$x = \frac{106 \pm \sqrt{7396}}{2} \quad \left\{ \begin{array}{l} x = \frac{106 + 86}{2} = 96 \rightarrow y = -146 \text{ Imposible} \\ x = \frac{106 - 86}{2} = 10 \rightarrow y = 26 \end{array} \right.$$

Los lados del triángulo miden 10 cm, 24 cm y 26 cm