

EXAMEN FINAL. PRIMERA EVALUACIÓN**MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES I****NOMBRE:****GRUPO:**

1.- Halla el valor de x en cada caso.

a) $(\log_3 a) \cdot (\log_a 2a) \cdot (\log_{2a} x) = 2 \cdot \log_a a$

b) $\log_2(2x+3) - \log_2(x-1) = 3$

2.- Averigua si el número $\sqrt{\sqrt{22+3\sqrt{2}} \cdot \sqrt{\sqrt{22-3\sqrt{2}}}}$ es racional

3.- Si dividimos el polinomio $P(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 - 3x - 9$ entre $x-1$ y $x+2$, obtenemos resto 1 en ambos casos. Calcula el valor de a y b

4.- Resuelve la siguiente operación, dejando simplificado el resultado

$$\left(\frac{x+1}{x-2} + \frac{x+2}{x^2-4x+4} \right) \cdot \frac{1}{x^2}$$

5.- Resuelve las siguientes ecuaciones

a) $\frac{x^2}{x+2} = \frac{2+x}{x^2+2}$

b) $9^x - 2 \cdot 3^{x+2} + 81 = 0$

6.- Resuelve el siguiente sistema $\begin{cases} x+y^2=-1 \\ 2y+\sqrt{6-2x}=8 \end{cases}$

7.- Halla los lados de un rectángulo sabiendo que su perímetro es de 42 cm y su diagonal mide 15 cm.

$$\textcircled{1} \text{ a) } (\log_3 a) \cdot (\log_a 2a) \cdot (\log_a x) = 2 \log_a a \quad \downarrow \text{ Cambio de base}$$

$$\frac{\log a}{\log 3} \cdot \frac{\log 2a}{\log a} \cdot \frac{\log x}{\log a} = 2 \quad \downarrow \text{ Simplificando}$$

$$\frac{\log x}{\log 3} = 2$$

$$\log x = 2 \log 3$$

$$\log x = \log 9 \Rightarrow \boxed{x = 9}$$

$$\text{b) } \log_2 (2x+3) - \log_2 (x-1) = 3$$

$$\log_2 \left(\frac{2x+3}{x-1} \right) = 3$$

$$\frac{2x+3}{x-1} = 8$$

$$2x+3 = 8x-8$$

$$11 = 6x$$

$$\boxed{x = \frac{11}{6}}$$

$$\textcircled{2} \quad \sqrt{\sqrt{22} + 3\sqrt{2}} \cdot \sqrt{\sqrt{22} - 3\sqrt{2}} = \sqrt{(\sqrt{22} + 3\sqrt{2})(\sqrt{22} - 3\sqrt{2})} =$$

$$= \sqrt{22 - 9 \cdot 2} = \sqrt{4} = 2$$

El número es racional

$$\textcircled{3} \quad P(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 - 3x - 9$$

$$P(x) \underline{x-1} \text{ da resto } 1 \Rightarrow P(1) = 1$$

$$P(x) \underline{x+2} \text{ da resto } 1 \Rightarrow P(-2) = 1$$

$$P(1) = 1 + a + b - 3 - 9 = 1 \Rightarrow a + b = 12$$

$$P(-2) = 16 - 8a + 4b + 6 - 9 = 1 \Rightarrow -8a + 4b = -12$$

$$8a + 8b = 96$$

$$\underline{-8a + 4b = -12}$$

$$12b = 84$$

$$\boxed{b = 7} \Rightarrow \boxed{a = 5}$$

$$\textcircled{4} \quad \left(\frac{x+1}{x-2} + \frac{x+2}{x^2-4x+4} \right) \cdot \frac{1}{x^2} = \left(\frac{x+1}{x-2} + \frac{x+2}{(x+2)(x-2)} \right) \cdot \frac{1}{x^2} =$$

$$= \left(\frac{(x+1)(x+2) + x+2}{(x-2)(x+2)} \right) \cdot \frac{1}{x^2} = \frac{x^2+x+x+2+x+2}{(x-2)(x+2)} \cdot \frac{1}{x^2} =$$

$$= \frac{x^2+3x+4}{(x-2)(x+2)} \cdot \frac{1}{x^2} = \frac{x^2+3x+4}{x^2(x-2)(x+2)} \quad \text{No se puede simplificar}$$

$$\textcircled{5} \quad \text{a) } \frac{x^2}{x+2} = \frac{2+x}{x^2+2} \Rightarrow x^2(x^2+2) = (x+2)(2+x)$$

$$x^4 + 2x^2 = x^2 + 4x + 4$$

$$x^4 + x^2 - 4x - 4 = 0$$

$$P(1) = 1 + 1 - 4 - 4 \neq 0$$

$$P(-1) = 1 + 1 + 4 - 4 \neq 0$$

$$P(2) = 16 + 4 - 8 - 4 \neq 0$$

$$P(-2) = 16 + 4 + 8 - 4 \neq 0$$

$$P(4) = 256 + 16 - 16 - 4 \neq 0$$

$$P(-4) = 256 + 16 + 16 - 4 \neq 0$$

Con lo que hemos estudiado, no se puede resolver.

$$b) 9^x - 2 \cdot 3^{x+2} + 81 = 0$$

$$(3^x)^2 - 2 \cdot 3^2 \cdot 3^x + 81 = 0 \quad \downarrow 3^x = t$$

$$t^2 - 18t + 81 = 0$$

$$(t - 9)^2 = 0 \Rightarrow t = 9 = 3^x \Rightarrow \boxed{x = 2}$$

$$\textcircled{6} \begin{cases} x + y^2 = -1 \rightarrow x = -1 - y^2 \\ 2y + \sqrt{6 - 2x} = 8 \end{cases}$$

$$2y + \sqrt{6 - 2(-1 - y^2)} = 8$$

$$2y + \sqrt{6 + 2 + 2y^2} = 8$$

$$\sqrt{8 + 2y^2} = 8 - 2y$$

$$8 + 2y^2 = 64 - 32y + 4y^2$$

$$0 = 2y^2 - 32y + 56$$

$$y^2 - 16y + 28 = 0$$

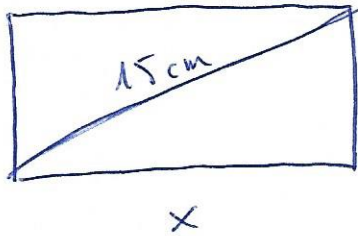
$$y = \frac{16 \pm \sqrt{144}}{2} = \frac{16 \pm 12}{2} \begin{cases} y = 14 \rightarrow x = -197 \\ y = 2 \rightarrow x = -5 \end{cases}$$

$$x = -5, y = 2 \rightarrow 4 + \sqrt{16} = 8 \quad \checkmark$$

$$x = -197, y = 14 \rightarrow 28 + \sqrt{400} = 8 \quad \times$$

La única solución es $\boxed{\begin{matrix} x = -5 \\ y = 2 \end{matrix}}$

7



$$P = 42 \text{ cm}$$

$$\begin{cases} 2x + 2y = 42 \\ x^2 + y^2 = 15^2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + y = 21 \rightarrow y = 21 - x \\ x^2 + y^2 = 225 \end{cases}$$

$$x^2 + (21 - x)^2 = 225$$

$$x^2 + 441 - 42x + x^2 = 225$$

$$2x^2 - 42x + 216 = 0$$

$$x^2 - 21x + 108 = 0$$

$$x = \frac{21 \pm \sqrt{9}}{2} \quad \begin{cases} x = 12 \Rightarrow y = 9 \\ x = 9 \Rightarrow y = 12 \end{cases}$$

Las dimensiones del rectángulo son 12 cm de largo y 9 cm de ancho