EXAMEN PARCIAL. NÚMEROS REALES. POLINOMIOS

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES I

NOMBRE: **GRUPO:**

1.- Escribe en forma de intervalo cada uno de los siguientes conjuntos

a) $(-1,5)\cap(3,8)$

b) $\{x\in\mathbb{R}:7\leq x\}$

c) $\{x\in\mathbb{R}:-10<x\leq 7\}$

2.- Calcula el valor de los siguientes logaritmos, utilizando **sólo** la definición

a) $\log_2\frac{1}{64}$

b) $\log_{0,5}4$

c) $\log_{\sqrt{3}}3$

d) $\log_9 1$

3.- Sabiendo que $\log 2\approx 0{,}3010$, $\log 3\approx 0{,}4471$ y $\log 7\approx 0{,}8451$, utiliza las propiedades de los logaritmos para aproximar las siguientes expresiones

a) $\log 84$

b) $\log 162$

c) $\log\sqrt[3]{12}$

4.- Opera las siguientes expresiones, simplificando al máximo y racionalizando si es posible

a) $\sqrt[8]{a^2b^4}\cdot\sqrt[6]{2a^2b^2}$

b) $(4\sqrt{18}-2\sqrt{12}+\sqrt{32})\cdot 2\sqrt{2}$

c) $\dfrac{\sqrt{7}+1}{2\sqrt{7}+5}$

5.- Realiza la siguiente división, indicando claramente el cociente y el resto

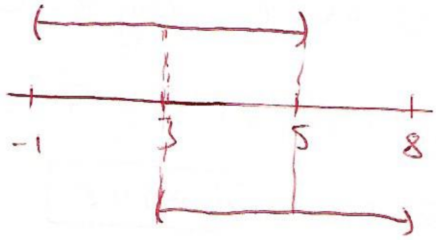
a) $(3x^4+5x^3+2x^2-6x+3):(x^2+1)$

6.- Factoriza al máximo el polinomio $x^4-3x^3-2x^2+12x-8$

7.- El polinomio $P(x)=x^5-4x^4+3x^2+kx-3$ es múltiplo de $x-1$. Averigua el valor de k

Solociones

① a) $(-1,5) \cap (3,8) = (3,5)$



b) $\{x \in \mathbb{R} : 7 \leq x\}$ Todos los números mayores que el 7

$$= [7, +\infty)$$

c) $\{x \in \mathbb{R} : -10 < x \leq 7\} = (-10, 7]$

② a) $\log_2 \frac{1}{64} = x \iff 2^x = \frac{1}{64} = \frac{1}{2^6}$

$$2^x = 2^{-6}$$

$$\boxed{x = -6}$$

b) $\log_{0,5} 4 = x \iff 0,5^x = 4$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^x = 2^2$$

$$2^{-x} = 2^2$$

$$-x = 2$$

$$\boxed{x = -2}$$

c) $\log_{\sqrt{3}} 3 = x \iff (\sqrt{3})^x = 3$

$$3^{x/2} = 3$$

$$\frac{x}{2} = 1$$

$$\boxed{x = 2}$$

También sale por la definición de raíz cuadrada

$$(\sqrt{3})^2 = 3$$

d) $\log_9 1 = x \iff 9^x = 1$

$$\boxed{x = 0}$$

(3) $\log 2 = 0,3010 \quad \log 3 = 0,4471 \quad \log 7 = 0,8451$

a) $\log 84 = \log(2^2 \cdot 3 \cdot 7) = 2\log 2 + \log 3 + \log 7 =$
$= 2 \cdot 0,3010 + 0,4471 + 0,8451 = \boxed{1,8942}$

b) $\log 162 = \log(2 \cdot 3^4) = \log 2 + 4\log 3 =$
$= 0,3010 + 4 \cdot 0,4471 = \boxed{2,0894}$

c) $\log \sqrt[3]{12} = \frac{1}{3}\log(2^2 \cdot 3) = \frac{2\log 2 + \log 3}{3} =$

$= \frac{2 \cdot 0,3010 + 0,4471}{3} = \boxed{0,3497}$

(4) a) $\sqrt[8]{a^2b^4} \cdot \sqrt[6]{2a^2b^2} = \sqrt[24]{a^6 \cdot b^{12} \cdot 2^4 \cdot a^8 \cdot b^8} = \sqrt[24]{2^4 \cdot a^{14} \cdot b^{20}} =$
$= \boxed{\sqrt[12]{2^2 \cdot a^7 b^{10}}}$

b) $(4\sqrt{18} - 2\sqrt{12} + \sqrt{32}) \cdot 2\sqrt{2} = (4\sqrt{2 \cdot 3^2} - 2\sqrt{2^2 \cdot 3} + \sqrt{2^5}) \cdot 2\sqrt{2} =$

$= (12\sqrt{2} - 4\sqrt{3} + 4\sqrt{2}) \cdot 2\sqrt{2} = (16\sqrt{2} - 4\sqrt{3}) \cdot 2\sqrt{2} =$

$= \boxed{64 - 8\sqrt{6}}$

c) $\frac{\sqrt{7} + 1}{2\sqrt{7} + 5} = \frac{(\sqrt{7} + 1)(2\sqrt{7} - 5)}{(2\sqrt{7} + 5)(2\sqrt{7} - 5)} =$

$= \frac{14 - 5\sqrt{7} + 2\sqrt{7} - 5}{28 - 25} = \frac{9 - 3\sqrt{7}}{3} = \boxed{3 - \sqrt{7}}$

5

$$
\begin{array}{l|l}
3x^4 + 5x^3 + 2x^2 - 6x + 3 & x^2+1 \\ \hline
-3x^4 \qquad - 3x^2 & 3x^2 + 5x - 1 \\
\hline
5x^3 - x^2 - 6x + 3 & \text{Coriente} \\
-5x^3 \qquad - 5x & \\
\hline
-x^2 - 11x + 3 & \\
+x^2 \qquad + 1 & \\
\hline
-11x + 4 & \\
\text{Resto} &
\end{array}
$$

6 $P(x) = x^4 - 3x^3 - 2x^2 + 12x - 8$

$P(1) = 1 - 3 - 2 + 12 - 8 = 0$

Divido por $x-1$ utilizando Ruffini

$$
\begin{array}{c|ccccc}
 & 1 & -3 & -2 & 12 & -8 \\
1 & & 1 & -2 & -4 & 8 \\
\hline
 & 1 & -2 & -4 & 8 & 0
\end{array}
$$

$P(x) = (x-1)(x^3 - 2x^2 - 4x + 8)$

$P(-1) = -2 \cdot (-1 - 2 + 4 + 8) \neq 0$

$P(2) = 1 \cdot (8 - 8 - 8 + 8) = 0$

$$
\begin{array}{c|cccc}
 & 1 & -2 & -4 & 8 \\
2 & & 2 & 0 & -8 \\
\hline
 & 1 & 0 & -4 & 0
\end{array}
$$

$P(x) = (x-1)(x-2)\overbrace{(x^2-4)}^{\text{Identidad notable}}$

$P(x) = (x-1)(x-2)(x+2)(x-2)$

$$\boxed{P(x) = (x-1)(x-2)^2(x+2)}$$

7 Si $P(x) = x^5 - 4x^4 + 3x^2 + kx - 3$ es múltiplo de $x-1$, la división $P(x) : (x-1)$ es exacta. Utilizando el Teorema del Resto

$$P(1) = 0$$

$$1^5 - 4 \cdot 1^4 + 3 \cdot 1^2 + k \cdot 1 - 3 = 0$$

$$1 - 4 + 3 + k - 3 = 0$$

$$k - 3 = 0$$

$$\boxed{k = 3}$$