Matrices (2º Bachillerato CC)

1. Dadas las matrices $A=\begin{pmatrix}1 & -1\\ 3 & 2\end{pmatrix}$ $y\ B=\begin{pmatrix}-3 & 3\\ 0 & -1\end{pmatrix}$, calcula:
   a) $2A-3B$
   b) $\frac{1}{3}A\cdot B$
   c) $A\cdot(-B)$
   d) A^2-B^2
2. Realiza, si es posible, el siguiente producto: $\begin{pmatrix}2 & -3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}5 & 2\\ -1 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0\\ 1\end{pmatrix}$
3. Dadas las matrices $A=\begin{pmatrix}1 & -2 & 1\\ 3 & 0 & 1\end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix}4 & 0 & -1\\ -2 & 1 & 0\end{pmatrix}$ verifica las siguientes igualdades:
   a) $(A+B)^t=A^t+B^t$
   b) $(2B)^t=2B^t$
4. Comprueba que la matriz inversa de $A=\begin{pmatrix}0 & 1 & 0\\ 1 & 2 & 1\\ 2 & 0 & 3\end{pmatrix}$ $es\ A^{-1}=\begin{pmatrix}-6 & 3 & -1\\ 1 & 0 & 0\\ 4 & -2 & 1\end{pmatrix}$
5. Calcula X tal que $X-B^2=A\cdot B$ siendo $A=\begin{pmatrix}1 & 0 & -1\\ 1 & 1 & 0\\ 2 & 0 & 0\end{pmatrix}$ $y\ B=\begin{pmatrix}1 & 1 & 2\\ -1 & 2 & 1\\ 0 & -1 & 1\end{pmatrix}$
6. Resuelve: $\begin{pmatrix}-1 & 1\\ 2 & 3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\ y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x & 1\\ -2 & y\end{pmatrix}\begin{pmatrix}3\\ 2\end{pmatrix}$
7. Dada la matriz $A=\begin{pmatrix}4 & 5 & -1\\ -3 & -4 & 1\\ -3 & -4 & 0\end{pmatrix}$ calcula $A^2, A^3, \ldots, A^{128}$.
8. Comprobad que $A^2=2A-I$, donde $A=\begin{pmatrix}5 & -4 & 2\\ 2 & -1 & 1\\ -4 & 4 & -1\end{pmatrix}$ e I la matriz identidad deórden 3. Utiliza la igualdad para calcular A^4.
9. Calcula A^n si $A=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 3\end{pmatrix}$
10. Calcula A^n si $A=\begin{pmatrix}1 & 1/7 & 1/7\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$
11. Dada la matriz $A=\begin{pmatrix}0 & 2 & -1\\ 0 & 0 & 1\\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix}$ comprobad que la matriz A^3 es la matriz nula.

    Demuestra que la matriz $I+A+A^2$ es la matriz inversa de $I-A$
12. Dada la matriz $A=\begin{pmatrix}3 & 0 & 8\\ 3 & -1 & 6\\ -2 & 0 & -5\end{pmatrix}$ comprueba que $(A+I)^2$ es la matriz nula deórden 3.
13. Calcula todas las matrices X de la forma $\begin{pmatrix}a & 1 & 0\\ 0 & b & 1\\ 0 & 0 & c\end{pmatrix}$ tales que $X^2=I$.
14. Despeja X en la ecuación matricial $X(CD)^{-1}=A+X(D^{-1}C^{-1}-B)$, siendo A, B, C y D matrices cuadradas invertibles. Expresar X de la forma más simple posible.

15. Para $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ determine la matriz X tal que $XB = A$.

16. Determine, si es posible, los parámetros $\propto y\, \beta$ de modo que se verifique la siguiente igualdad:

$$\propto \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 5 & -1 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -8 \\ -2 & -5 \end{pmatrix}$$

17. Determine los posibles valores de $\propto$ para que el rango de la matriz A sea 2, donde: $A = \propto \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

18. Cierta fundación ha destinado 247000 euros para la dotaciónn de 115 becas de estudios. El importe de cada beca es de 3000 euros, si el estudiante cursa un grado universitario; de 2000 euros, si cursa

19. formación profesional y de 1500 euros, si realiza estudios de postgrado. Sabiendo que la fundación ha concedido doble número de becas de formación profesional que de postgrado, ¿cuántas becas ha concedido a cada nivel de estudios?

20. Dadas las matrices:

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & 2 \end{pmatrix}, J = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ -\,0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Determinar la matriz inversa de P y la matriz: $B = P^{-1}J^{-1}$

21. Se dispone de tres aleaciones A, B y C que contienen, entre otros metales, oro y plata en las proporciones indicadas en la siguiente tabla:

	A	B	C
Oro (%)	100	75	60
Plata(%)	0	15	22

Se quiere obtener un lingote de 25 gramos, con una proporción del 72% de oro y una proporción del 16% de plata, tomando x gramos de A, y gramos de B y z gramos de C. Determínense las cantidades x, y, z.

22. Dada la matriz A= $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ $y\ la\ matriz\ identidad\ I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

a) Calcula la matriz $B = (A - I)(2I + 2A)$
b) Determina el rango de las matrices $A - I, A^2 - I\ y\ A^3 - I$
c) Calculad la matriz inversa de A^6, en caso de que exista.

23. Dadas las matrices A= $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 \\ -2 & 4 & m \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ $y\ B = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$. Calcular:

a) $A \cdot B\ y\ A^{-1} \cdot B$
b) $B^t \cdot B\ y\ B \cdot B^t$

24. Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 14 & 0 & 10 \\ 0 & 7 & 5 \\ 3 & 4 & 0 \end{pmatrix}$ calcula, si es posible, la matriz inversa.

25. Resuelve, si es posible, el sistema $\begin{pmatrix} 14 & 0 & 10 \\ 0 & 7 & 5 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 37/2 \\ 11 \end{pmatrix}$

26. Un grupo de estudiantes ha realizado un viaje por tres países (Francia, Alemania y Suiza). En los hoteles cada estudiante ha pagado: 20 euros diarios en Francia, 25 euros diarios en Alemania y 30 euros diarios en Suiza. En comidas cada uno ha gastado: 20 euros diarios en Francia, 15 euros diarios en Alemania y 25 euros diarios en Suiza. Además, el transportista les ha cobrado 8 euros diarios a cada uno. Sabiendo que el gasto total del viaje ha sido 765 euros por persona, que ha durado 15 días y que han estado en Francia el doble de días que en Suiza, obtenga el número de días que han estado en cada uno de los tres países.