

01-Repaso de unidades

Las unidades que se aceptan en España como oficiales se establecen en el Real Decreto 1317/1989 de 27 de octubre del Ministerio de Obras Públicas y Urbanismo, asumiendo que se acepta el Sistema Métrico Decimal de siete unidades básicas, denominado Sistema Internacional de Unidades (SI), adoptado por la Conferencia General de Pesas y Medidas y vigente en la Comunidad Económica Europea. Las siete unidades básicas del SI son:

Magnitud	Nombre	Símbolo
Longitud [L]	metro	m
Masa [M]	kilogramo	kg
Tiempo [t]	segundo	s
Intensidad de corriente eléctrica [I]	amperio	A
Temperatura termodinámica [T] (*)	kelvin	K
Cantidad de sustancia	mol	mol
Intensidad luminosa	candela	cd

(*) Es corriente trabajar con el grado Celsius o centígrado, de valor $T(^{\circ}\text{C}) = T(\text{K}) - 273,15(\text{K})$

A partir de las magnitudes básicas, se definen las unidades derivadas, entre las que trabajaremos:

Magnitud derivada	Nombre	Símbolo
Ángulo plano []	radián	rad (**)
Superficie [S]	metro cuadrado	m ²
Volumen [V]	metro cúbico	m ³
Velocidad [v]	metro por segundo	m/s
Aceleración [a]	metro por segundo cuadrado	m/s ²
Densidad [d]	kilogramo por metro cúbico	kg/m ³
Velocidad angular []	radián por segundo	rad/s (**)
Aceleración angular []	radián por segundo cuadrado	rad/s ² (**)

(**) El radián no suele expresarse como unidad, y es corriente ver velocidades angulares de 50 s^{-1}

Otras magnitudes se miden en unidades que, aún siendo derivadas, reciben nombres específicos:

Magnitud	Nombre	Símbolo
Fuerza [F]	newton	N
Presión [p]	pascal	Pa
Energía [E] [W] [Q]	julio	J
Potencia [P]	vatio	W

Estas unidades se pueden ver afectadas por múltiplos y submúltiplos de diez, que suelen ser:

Múltiplo	Multiplicador	Símbolo		Submúltiplo	Multiplicador	Símbolo
tera	10^{12}	T		deci	10^{-1}	d
giga	10^9	G		centi	10^{-2}	c
mega	10^6	M		mili	10^{-3}	m
kilo	10^3	k		micro	10^{-6}	μ
hecto	10^2	h		nano	10^{-9}	n
deca	10^1	da		pico	10^{-12}	p

En algunas ocasiones se utilizan unidades que no están incluidas en el SI, normalmente del Sistema Técnico, muy intuitivas, pero que a veces causan problemas en los cálculos. Las que más utilizaremos son:

Magnitud	Nombre	Símbolo	Equivalencia
Ángulo plano [?]	vuelta / revolución	rev	1 rev = 2 π rad
	grado sexagesimal	$^{\circ}$	360 $^{\circ}$ = 1 rev = 2 π rad
Tiempo [t]	minuto	min	1 min = 60 s
	hora	h	1 h = 60 min = 3600 s
Energía [E]	caloría	cal	1 cal = 4,18 J
	kilovatio-hora	kW·h	1 kW·h = 3600000 J
Potencia [P]	caballo de vapor	CV	1 CV = 735 W

Cuando haya que realizar cambios de unidades es muy recomendable utilizar los llamados factores de conversión, con los cuales multiplicamos y dividimos por unidades equivalentes.

02-Trabajo de una fuerza

El curso pasado estuvimos trabajando con unos conceptos básicos que pasamos a recordar:

- Se define fuerza como el efecto que se ejerce sobre un cuerpo y que es capaz de deformarlo o variar su movimiento.
- Se define energía como la capacidad de producir un movimiento.
- Se define potencia como la velocidad con que se genera o se consume una energía.

Y se vió el principio de conservación de la energía: "la energía no se crea ni se destruye, sólo se transforma". Así, se calcula la velocidad que alcanza un vehículo gracias al combustible que ha consumido, o el tiempo que funciona un motor eléctrico para elevar una masa.

Después se vió que en todo proceso de transformación energética suele haber rozamientos, degradaciones, etc que se traducen en pérdidas, y de toda la energía que se dispone en un principio sólo se puede utilizar una parte. La relación que liga a la energía útil con la energía consumida se denomina rendimiento, y se expresa como un tanto por ciento:

$$\eta = \frac{E_{\text{UTIL}}}{E_{\text{CONSUMIDA}}}$$

Aunque es muy corriente expresarlo como tanto por uno, simplemente dividiendo entre 100, y así un rendimiento del 60% se convierte en 0,6.

Entre las energías que conocemos tenemos cinética, potencial gravitatoria, de un combustible, interna, eléctrica, elástica,... nuclear, solar, eólica,... así como la transmisión de calor por conducción, convección y radiación. Una forma de energía es la que se produce cuando una fuerza desplaza un objeto. A esta energía se la denomina trabajo, y viene expresado como el producto de la fuerza por el desplazamiento que ha producido:

$$W = F \cdot x$$

En el caso de que la fuerza forme un ángulo con el desplazamiento producido, se considera sólo la componente de dicha fuerza según la dirección del desplazamiento, y se habla de producto escalar de los vectores fuerza y desplazamiento:

$$W = F \cdot x \cdot \cos$$

La última posibilidad que analizamos es el trabajo de una fuerza que varía según se va desplazando. Para este caso hay que estudiar cómo es esa variación en un gráfico que en abscisas tenga la distancia y en ordenadas aparezca la fuerza. Por ejemplo, si recordamos la fuerza elástica, cuanto más estirado esté un muelle, más fuerza hay que ejercer para seguir deformándolo, y esto se expresa con la función:

$$F = k \cdot x$$

Para calcular el trabajo de esta fuerza variable se analiza el trabajo que se realiza en un desplazamiento muy pequeño, en el cual la fuerza apenas varía. Entonces, el trabajo indicaría la superficie del rectángulo. Repitiendo esta operación para todos los posibles microdesplazamientos y sumando luego todas las superficies, resulta que el trabajo de una fuerza variable viene dado por el área que se encierra entre el eje de abscisas y la gráfica de la función, que da un resultado conocido, pues ya trabajamos en su día con la energía almacenada por un muelle o energía elástica:

$$W = \frac{1}{2} \cdot F \cdot x = \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2$$

03-Trabajo de rotación

El movimiento de rotación de una partícula se realiza cuando ésta describe circunferencias de radio r alrededor de un eje de giro. Al ángulo girado se le representa con la letra griega θ y se mide en radianes; la velocidad de rotación o velocidad angular se representa con ω y se mide en radianes/segundo.

La relación entre las magnitudes angulares y las del movimiento lineal son sencillas si recordamos la expresión de la longitud de la circunferencia ($l = 2 \cdot \pi \cdot r$)

$$\begin{aligned} \text{distancia} &= \text{ángulo} \cdot \text{radio} & d &= \theta \cdot r \\ & & v &= \omega \cdot r \end{aligned}$$

Con estas expresiones, la energía cinética de rotación de una partícula se expresa como:

$$E_{\text{ROTACION}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot r^2 \cdot \omega^2$$

Cuando se trata de un sólido con muchas partículas, la energía de rotación del sólido es la suma de todas las energías de cada una de las partículas o trozos que lo componen:

$$E_{\text{ROTACION}} = \sum \left(\frac{1}{2} \cdot m_i \cdot r_i^2 \cdot \omega^2 \right) = \frac{1}{2} \left(\sum (m_i \cdot r_i^2) \right) \cdot \omega^2$$

La expresión $(m_i \cdot r_i^2)$ se denomina momento de inercia, y de forma análoga a la masa (o masa de inercia), mide la dificultad que tiene un objeto a ponerse en movimiento de rotación respecto a un eje de giro. Con ésto, la energía de rotación viene dada por la siguiente expresión:

$$E_{\text{ROTACION}} = \frac{1}{2} \cdot I \cdot \omega^2$$

Al igual que una fuerza realiza trabajo cuando produce un desplazamiento, en la mecánica de rotación se realiza un trabajo cuando se produce un giro por efecto de una fuerza.

El trabajo de la fuerza F viene dado por la expresión: $W = F \cdot d$, y, como la distancia recorrida es: $d = r \cdot \theta$ se obtiene como trabajo de rotación:

$$W = F \cdot r \cdot \theta$$

Y, por fin, al producto de la fuerza por la distancia del punto de aplicación de ésta al eje de giro mide la capacidad de producir un giro de esa fuerza, y se denomina par o momento de la fuerza, con lo cual, la expresión del trabajo de rotación queda como:

$$W_{\text{ROTACION}} = M \cdot \theta$$

y la potencia de rotación es la velocidad con que se produce un trabajo de rotación, ésto es, el resultado de dividir el trabajo entre el tiempo:

$$P_{\text{ROTACION}} = W_{\text{ROTACION}} / t = M \cdot \omega$$

Con todo ésto, la equivalencia entre magnitudes del movimiento lineal y de rotación es la siguiente:

	Movimiento lineal	Movimiento giratorio	Relación
Desplazamiento	Distancia (d)	Ángulo (θ)	$d = r \cdot \theta$
Velocidad	Velocidad lineal (v)	Velocidad angular (ω)	$v = r \cdot \omega$
Inercia	Masa (m)	Momento de inercia (I)	
Causa del movimiento	Fuerza (F)	Par o Momento (M o C)	$M = F \cdot r$
Energía	Energía cinética ($E_C = 1/2 \cdot m \cdot v^2$)	Energía de rotación ($E_{\text{ROT}} = 1/2 \cdot I \cdot \omega^2$)	
Trabajo	Trabajo de una fuerza ($W = F \cdot d$)	Trabajo de un momento ($W = M \cdot \theta$)	
Potencia	Velocidad de desplazar una fuerza ($P = F \cdot v$)	Velocidad de girar un momento ($P = M \cdot \omega$)	

04-Trabajo de un gas

Cuando se estudia el trabajo que se ejerce sobre un gas o que éste realiza, hay que tener en cuenta que los gases suelen estar encerrados a presión en un cilindro y se produce el desplazamiento de un pistón. Por lo tanto, en lugar de fuerza, se utiliza la presión, y en lugar de desplazamiento, se trabaja con volumen, por lo cual se hace uso exhaustivo de los diagramas p-V.

Para realizar cálculos con los gases usados en las máquinas térmicas se supone que son gases ideales, y por tanto cumplen la ecuación de estado:

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T$$

Sobre el gas que hay en el interior de un cilindro se puede variar su presión, su temperatura y su volumen. Y en la transformación el gas puede recibir o perder calor, realizar o absorber un trabajo o bien variar su energía interna debido a un aumento de temperatura. Según el principio de conservación de la energía, el aumento de energía interna del gas se produce porque ha recibido calor o trabajo:

$$E_i = W + Q$$

Cuando se disminuye el volumen decimos que el gas se comprime, y cuando el volumen aumenta, decimos que el gas se expande. Con estas bases, los cuatro procesos que se pueden ejercer sobre un gas son los siguientes:

- Transformación a presión constante (isobárica): En este proceso se da calor al gas, que se expandirá si no se le aplica ninguna fuerza extra. El gas realiza un trabajo debido al desplazamiento del pistón. Como se produce un aumento de temperatura, hay aumento de energía interna, y el calor se podrá calcular con el primer principio.
- Transformación a volumen constante (isocora): El gas recibe calor sin variar su volumen. Como no hay desplazamiento, el trabajo es nulo, y el calor que recibe el gas coincide con el aumento de energía interna por el cambio de temperatura. Si se extrae calor del gas, este calor será igual a la disminución de energía interna.
- Transformación a temperatura constante (isotérmica): El gas recibe calor de tal forma que mantiene su temperatura a costa de aumentar su presión y su volumen. Como no hay aumento de temperatura, no hay variación de energía interna, y el calor recibido se transforma íntegramente en trabajo, que viene expresado por la fórmula de la superficie que hay debajo de la curva.
- Transformación sin intercambio de calor (adiabática): Estas transformaciones se producen cuando hay una expansión o una compresión muy rápida, durante la cual no hay tiempo para que se produzca un intercambio de calor. El gas varía su temperatura, su presión y su volumen, y se demuestra que esta variación está regida por la expresión:

$$p \cdot V^\gamma = \text{constante}$$

siendo γ el coeficiente adiabático del gas, e igual al cociente entre los calores específicos a presión y a volumen constante del gas, c_p y c_v . Para el aire seco tiene un valor de 1,4 (a 20° C y 1 atm). Como el calor intercambiado en el proceso es nulo, la variación de energía interna coincide con el trabajo realizado por el gas.