1. Interpolar entre 27 y 87, tres términos de modo que resulte una progresión aritmética.

**Solución**

Puesto que hay que interpolar 3 términos, 27 será el primero y 87 el quinto:

$a_1 = 27 \; y \; a_5 = 87$

Utilizando el término general de una progresión aritmética y aplicándolo a $a_5$, queda:

$87 = 27 + (5 - 1)d \; ; d = 15$

Por tanto, la diferencia es 15 y los tres número buscados son 42, 57 y 72.

2. Formar una progresión geométrica de tres términos cuyo producto sea 1728 y la suma 52.

**Solución**

Como se trata de una progresión geométrica podemos expresar los números como:

$a_1, a_1 \cdot r \; y \; a_1 \cdot r^2$

Pudiendo plantear el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} a_1 + a_1 \cdot r + \; a_1 \cdot r^2 = 52 \\ a_1 \cdot a_1 \cdot r \cdot \; a_1 \cdot r^2 = 1728 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} a_1 \cdot (1 + r + r^2) = 52 \\ \quad {a_1}^3 \cdot r^3 = 1728 \end{cases}$$

De la segunda ecuación se deduce que:

$(a_1 \cdot r)^3 = 1728 \Longrightarrow a_1 \cdot r = \sqrt[3]{1728} = 12$, despejando, $a_1 = \frac{12}{r}$

Sustituyendo en la primera ecuación:

$\frac{12}{r} \cdot (1 + r + r^2) = 52 \Longrightarrow 12 + 12r + 12r^2 = 52r$ resultando la ecuación de segundo grado:

$$12r^2 - 40r + 12 = 0 \Longrightarrow \begin{cases} r = 3 \\ r = \frac{1}{3} \end{cases}$$

Sustituyendo para calcular el valor de $a_1$

$$Si\ r = 3\ , a_1 = \frac{12}{3} = 4, siendo\ la\ progresión: 4, 12\ y\ 36$$

$$Si\ r = \frac{1}{3}, a_1 = \frac{12}{\frac{1}{3}} = 36, siendo\ la\ progresión: 36, 12\ y\ 4$$

3. Calcular el 8º y el 12º término de la progresión 4, 8, 16, ... ¿Cuánto vale la suma de los primeros 100 términos?

**Solución**

Se trata de una progresión geométrica de primer término 4 y razón 2. Utilizando el término general de una progresión geométrica:

$$a_8 = 4 \cdot 2^7 = 512\ , \qquad a_{12} = 4 \cdot 2^{11} = 8192$$

La suma de una progresión geométrica es: $S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r-1}$

$$S_{100} = \frac{4(2^{100} - 1)}{2 - 1} = 2^{102} - 2^2$$

4. Encontrad el dominio de las siguientes funciones:

   a. $f(x) = \frac{x^2+4x}{x^2-1}$

   b. $f(x) = \frac{x^2+1}{2}$

**Solución**

a. La función $f(x) = \frac{x^2+4x}{x^2-1}$ no está definida cuando el denominador es igual a cero, por tanto, igualaremos a cero el denominador.

$$x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

Por tanto el dominio de la función son todos los reales salvo 1 y -1.

b. $f(x) = \frac{x^2+1}{2}$ esta función tiene por dominio todos los números reales pues siempre es posible elevar un número al cuadrado, sumarle 1 y dividir entre 2.

5. Un museo tiene en su protocolo admitir grupos de 30 a 80 personas, aplicándoles la siguiente rebaja. Para grupos menores o iguales a 30 personas la tarifa es de 160€, pero por cada persona adicional la tarifa se reduce 2€. Expresar el ingreso del museo cuando recibe grupos de descuentos como función del número de personas por encima de 30 personas.

**Solución**

Primero vamos a definir la variable independiente:

$$x \equiv Número\ de\ personas\ que\ sobrespasan\ las\ 30\ personas$$

Como la tarifa se reduce dos euros por persona extra:

$$160 - 2x \equiv Tarifa\ teniendo\ en\ cuenta\ x$$

Por tanto, la expresión de la recaudación es:

$$f(x) = (160 - 2x)(30 + x)\ con\ 0 \leq x \leq 80$$

6. Se ha tomado la presión arterial a un paciente hospitalizado durante un tiempo. Los registros se han representado gráficamente en la siguiente gráfica (en el eje x se representan las horas y en el eje de ordenadas la presión arterial):

**Solución**

a. ¿Durante cuánto tiempo se tomaron los datos de la presión arterial al paciente?

   Durante 96 horas

b. ¿Entre qué valores osciló su presión?

   Entre 6 y 21 unidades de presión

c. ¿En qué periodos el valor de la presión estuvo aumentando?¿Cuándo fue disminuyendo?¿En algún momento se mantiene constante?

   Desde las 16 a las 32 horas y de las 40 a las 56 aumentó

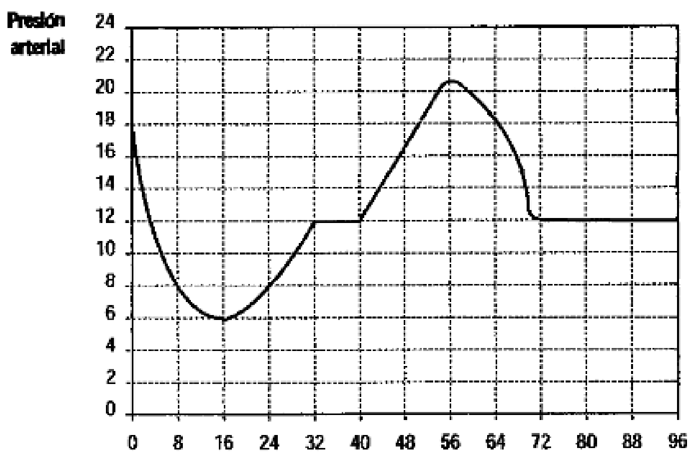
   Disminuyó entre las 0 y 16 horas y las 56 y 72 horas

   Si, se mantuvo constante de las 32 a las 40 y de las 72 a las 96

d. ¿Cuál fue la máxima presión y cuándo la alcanzó? ¿Y cuál fue la mínima?¿A qué hora del día?.

   La máxima presión arterial fue a las 56 horas y alcanzó las 21 unidades de presión aproximadamente.

   La mínima ocurrió a las 16 horas y alcanzó el valor 6.



1. Interpolar 4 términos entre 24 y 84 de modo que resulte una progresión aritmética.

   **Solución**

   Puesto que hay que interpolar 4 términos, 24 será el primero y 84 el sexto:

   $a_1 = 24 \; y \; a_6 = 84$

   Utilizando el término general de una progresión aritmética y aplicándolo a $a_6$, queda:

   $84 = 24 + (6-1)d \, ; d = 12$

   Por tanto, la diferencia es 15 y los tres número buscados son 36, 48, 60 y 72.

2. La suma de tres números en progresión geométrica es 186 y la diferencia de los términos extremos es 144. Hallar los números.

   **Solución**

   Como se trata de una progresión geométrica podemos expresar los números como:

   $a_1, a_1 \cdot r \; y \; a_1 \cdot r^2$

   Pudiendo plantear el siguiente sistema de ecuaciones:

   $$\begin{cases} a_1 + a_1 \cdot r + \; a_1 \cdot r^2 = 186 \\ \quad a_1 - \; a_1 \cdot r^2 = 144 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} a_1 \cdot \left(1 + r + r^2\right) = 186 \\ \quad a_1\left(1 - r^2\right) = 144 \end{cases}$$

   De la segunda ecuación se deduce que:

   $a_1 = \frac{144}{(1-r^2)}$

   Sustituyendo en la primera ecuación:

   $\frac{144}{(1-r^2)} \cdot (1 + r + r^2) = 52 \Longrightarrow 144(1 + r + r^2) = 186(1 - r^2)$ resultando la ecuación de segundo grado:

$$330r^2 + 144r - 42 = 0 \Longrightarrow \begin{cases} r = \dfrac{1}{5} \\ r = -\dfrac{7}{11} \end{cases}$$

Sustituyendo para calcular el valor de $a_1$

$$Si\ r = \frac{1}{5}\ , a_1 = 150, siendo\ la\ progresión: 150, 30\ y\ 6$$

$$Si\ r = -\frac{7}{11}, a_1 = \frac{144}{\left(1 - \left(-\frac{7}{11}\right)^2\right)} = 242$$

$$Siendo\ la\ progresión: 242, -154\ y\ 98$$

3. Calcular el 8º y el 12º término de la progresión 6, 12, 24, .... ¿Cuánto vale la suma de los primeros 100 términos?

**Solución**

Se trata de una progresión geométrica de primer término 6 y razón 2. Utilizando el término general de una progresión geométrica:

$$a_8 = 6 \cdot 2^7 = 768\ , \qquad a_{12} = 6 \cdot 2^{11} = 12288$$

La suma de una progresión geométrica es: $S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r-1}$

$$S_{100} = \frac{6(2^{100} - 1)}{2 - 1} = 3 \cdot 2^{101} - 6$$

4. Encontrad el dominio de las siguientes funciones:

   a. $f(x) = \frac{x^2+4x}{x^2-4}$

   b. $f(x) = \frac{x^2+1}{2}$

**Solución**

La función $f(x) = \frac{x^2+4x}{x^2-4}$ no está definida cuando el denominador es igual a cero, por tanto, igualaremos a cero el denominador.

$$x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \end{cases}$$

Por tanto el dominio de la función son todos los reales salvo 2 y -2.

$f(x) = \frac{x^2+1}{2}$ Esta función tiene por dominio todos los números reales pues siempre es posible elevar un número al cuadrado, sumarle 1 y dividir entre 2.

5. Un museo tiene en su protocolo admitir grupos de 30 a 80 personas, aplicándoles la siguiente rebaja. Para grupos menores o iguales a 30 personas la tarifa es de 160€, pero por cada persona adicional la tarifa se reduce 2€. Expresar el ingreso del museo cuando recibe grupos de descuentos como función del número de personas por encima de 30 personas.

**Solución**

Primero vamos a definir la variable independiente:

$x \equiv Número\ de\ personas\ que\ sobrespasan\ las\ 30\ personas$

Como la tarifa se reduce dos euros por persona extra:

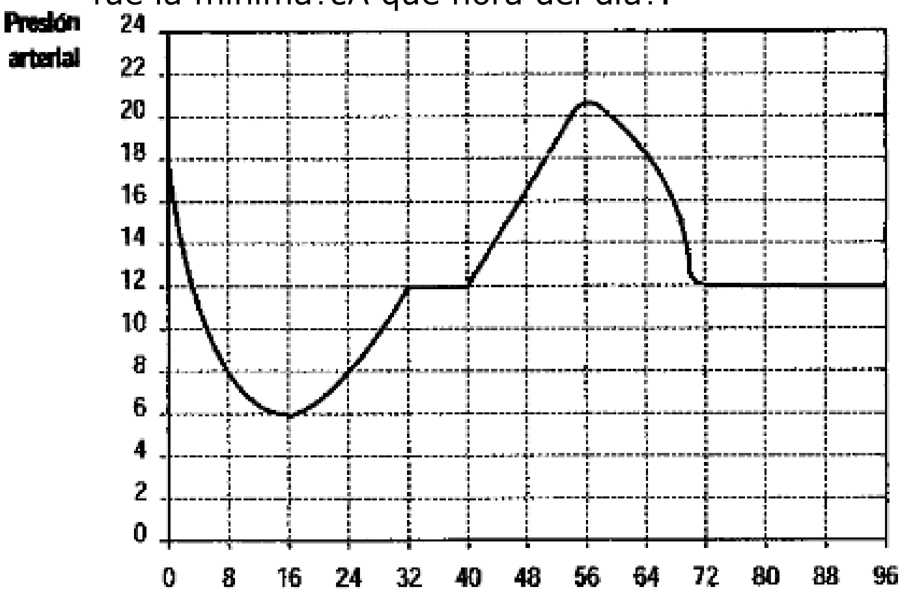
$160 - 2x \equiv Tarifa\ teniendo\ en\ cuenta\ x$

Por tanto, la expresión de la recaudación es:

$$f(x) = (160 - 2x)(30 + x)\ con\ 0 \leq x \leq 80$$

6. Se ha tomado la presión arterial a un paciente hospitalizado durante un tiempo. Los registros se han representado gráficamente en la siguiente gráfica (en el eje x se representan las horas y en el eje de ordenadas la presión arterial):

   a. ¿Durante cuánto tiempo se tomaron los datos de la presión arterial al paciente?
   b. ¿Entre qué valores osciló su presión?
   c. ¿En qué periodos el valor de la presión estuvo aumentando?¿Cuándo fue disminuyendo?¿En algún momento se mantiene constante?
   d. ¿Cuál fue la máxima presión y cuándo la alcanzó? ¿Y cuál fue la mínima?¿A qué hora del día?.




**Solución**

a. ¿Durante cuánto tiempo se tomaron los datos de la presión arterial al paciente?

   Durante 96 horas

b. ¿Entre qué valores osciló su presión?

   Entre 6 y 21 unidades de presión

c. ¿En qué periodos el valor de la presión estuvo aumentando?¿Cuándo fue disminuyendo?¿En algún momento se mantiene constante?

   Desde las 16 a las 32 horas y de las 40 a las 56 aumentó

   Disminuyó entre las 0 y 16 horas y las 56 y 72 horas

   Si, se mantuvo constante de las 32 a las 40 y de las 72 a las 96

d. ¿Cuál fue la máxima presión y cuándo la alcanzó? ¿Y cuál fue la mínima?¿A qué hora del día?.

La máxima presión arterial fue a las 56 horas y alcanzó las 21 unidades de presión aproximadamente.

La mínima ocurrió a las 16 horas y alcanzó el valor 6.