

Polinomios y fracciones algebraicas: ejercicios y problemas

1. Efectúa las siguientes divisiones utilizando la división por el método de Ruffini:
 - a. $f(3x^5 + 2x + 1): (x + 1)$
 - b. $(x^6 + x^2 - 3): (x + 3)$
 - c. $(x^9 + x^5 + 1): (x - 2)$
2. Utilizando el valor numérico, halla el resto de las siguientes divisores:
 - a. $(x^3 - 2x^2 - 3): (x - 1)$
 - b. $(a^3 - 1): (a - 1)$
 - c. $(2x^4 - 2x^3 + 3x^2 + 5x + 10): (x + 2)$
3. Utilizando el valor numérico, comprueba si son exactas las siguientes divisiones:
 - a. $(x^4 - 16): (x + 2)$
 - b. $(3x^6 + 64): (x - 2)$
 - c. $(x^{99} + 1): (x - 1)$
4. Utilizando el valor numérico, halla el valor de m en los polinomios siguientes sabiendo que:
 - a. $5x^4 + mx^3 + 2x - 3$ es divisible por $x+1$.
 - b. $3x^2 - mx + 10$ es divisible por $x-5$.
 - c. $3x^3 - 7x^2 - 9x - m$ es divisible por $x-3$.
5. Utilizando el valor numérico, comprueba si los siguientes polinomios tienen por factores los que se indican, y en caso afirmativo halla otro factor del polinomio:
 - a. $x^2 - 1$ tiene por factor $x+1$.
 - b. $x^3 - 1$ tiene por factor $x - 1$.
 - c. $x^4 - 2x^3 - 10x^2 + 4x + 16$
6. Factoriza los siguientes trinomios:
 - a. $x^2 - x - 2$
 - b. $x^2 - 11x + 30$
 - c. $42 - x - x^2$
 - d. $66 + 5x - x^2$
 - e. $3x^2 + 10x + 3$
 - f. $2x^2 - x - 1$
7. ¿Qué número m se ha de añadir al polinomio $x^3 + 2x^2$ para que sea divisible por $x+4$?
8. ¿Qué valor ha de tomar k para que $x+3$ sea un factor de $x^3 - 4x - 12k$?
9. Utilizando el valor numérico, halla el valor de m para que el polinomio $2x^4 + 9x^3 + 2x^2 - 6x + 3m$, tenga por resto 12 al dividirlo por $x+2$.
10. Te dan el polinomio $(x - 1)(x + 2)(x - 6)$. Indica para qué valores de x se anula. ¿Por qué?

11. Halla un polinomio de primer grado que al dividirlo por $x+1$ dé resto 1, y al dividirlo por $x-2$ de resto 7.

12. Determina los coeficientes a y b para que el polinomio $x^5 + ax^3 + b$ sea divisible por $(x + 1)(x - 1)$

13. Factoriza los siguientes polinomios calculando alguna de sus raíces enteras:

- a. $x^3 - x^2 - 4$
- b. $x^3 + 2x^2 + 2x + 1$
- c. $x^3 + 3x^2 - 4x - 12$
- d. $6x^3 + 7x^2 - 9x + 2$
- e. $2x^4 - 5x^3 + 5x - 2$
- f. $x^4 - 6x^3 - 11x^2 + 96x - 80$
- g. $x^4 + 2x^3 - 3x^2 - 4x + 4$
- h. $2x^3 - 8x^2 + 2x + 12$
- i. $x^3 + 3x^2 - 4$
- j. $x^4 - 4x^3 - 6x^2 + 36x - 27$
- k. $x^4 + 4x^3 - 2x^2 - 12x + 9$
- l. $x^4 - x^3 - x^2 + x$
- m. $2x^4 + 3x^3 - x$
- n. $3x^3 + 6x^2 - 45x - 108$
- o. $4x^4 - 28x^3 + 49$
- p. $9x^2 - 25$
- q. $4x^4 - 6x^3 + 2$
- r. $x^5 - 2x^3 + x$
- s. $10x^4 - 100x^2 + 90$

14. Simplifica las siguientes fracciones algebraicas

- a. $\frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 2x}$
- b. $\frac{-2x^2 + x}{-2x^2 + 9x - 4}$
- c. $\frac{9x - x^3}{x^3 + 3x^2}$
- d. $\frac{ax + by}{ax^2 + bxy}$
- e. $\frac{x^4 + 2x^3 - 3x^2}{x^4 + 2x^3 + 2x^2 + 10x - 15}$
- f. $\frac{x^4 - 1}{x^4 - x^3 - x^2 - x - 2}$
- g. $\frac{4x^2 - 40x + 100}{4x^2 - 100}$

15. Opera y simplifica

a. $\left(1 - \frac{1}{x}\right) \left(\frac{2x}{x^2-1} - \frac{1}{x+1}\right)$

b. $\frac{x^2+1}{x^2-1} + \frac{x+2}{x-2} \cdot \frac{x-1}{x+1}$

c. $\left(\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2} - \frac{a+b}{a-b}\right) \cdot \frac{a+b}{ab}$

d. $\frac{x-2}{x^2+x-2} - \frac{x+1}{x^2-4} + \frac{x+3}{x^2-3x+2}$

e. $\frac{x^2-x+9}{x^3-9x} + \frac{1}{x^2-9} - \frac{1}{x-3} + \frac{1}{x}$

16. Opera y simplifica las siguientes fracciones algebraicas:

a. $\frac{x^3+3x^2-13x-15}{x^3+x^2-9x-9}$

b. $\frac{x^3-4x}{x^3+4x^2+4x}$

c. $\frac{7x}{x+1} - \frac{2x}{3x(x+1)} - \frac{7}{x+1}$

d. $\frac{x^2-9}{x+1} \cdot \frac{x^2-1}{x+3}$

e. $\frac{x^4-16}{3x-15} : \frac{4x^2+16}{x^2-9}$

f. $\frac{3x}{x-2} \left(\frac{x+1}{x-1} - \frac{2x+5}{x}\right)$

g. $\frac{x-2}{2x} + \frac{x-1}{x} + \frac{3x+3}{3x}$

h. $\frac{x^2-5}{x} - \frac{x+16}{x^2}$

i. $\frac{10}{3x^2+6x} - \frac{1}{4x^2+8x}$

j. $\frac{3}{x+1} - \frac{5x+1}{x-1} + \frac{2x}{x^2-1}$

k. $\frac{2x}{x-\frac{1}{x}} - \frac{2}{x^2+1}$

l. $\frac{6}{\frac{1}{1+\frac{1}{x}}-1}$

m. $\frac{x^2-8x+16}{x^2+5x+6} : \frac{x-4}{x+2}$

$$n. \frac{x^2-49}{2x} \cdot \frac{3x^2}{x^2+2x-35}$$

17. Opera y simplifica:

$$a. \frac{2x}{x-1} + \frac{3x+1}{x-1} - \frac{1-x}{x^2-1}$$

$$b. \frac{4}{1+x} + \frac{x}{1+x^2} + \frac{x+1}{x-1}$$

$$c. \frac{3}{2x-4} + \frac{1}{x+2} - \frac{x+10}{2x^2-8}$$

$$d. \left(\frac{1}{x^3} - \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x} \right) (x^4 + x^3)$$

$$e. \left(\frac{1+x}{1-x} + \frac{1-x}{1+x} \right) \left(\frac{3}{4x} - \frac{x}{4} - x \right)$$

$$f. \left(x + \frac{x}{x-1} \right) : \left(x - \frac{x}{x-1} \right)$$

$$g. \frac{x^3+4x^2-5x}{x^3-6x+5}$$

$$h. \frac{1}{x^2-9x+20} - \frac{1}{x^2-11x+30} + \frac{1-x}{x^2-10x+24}$$

$$i. \frac{\frac{x^2-1}{x+1} + \frac{x^2+2x+1}{x+1}}{1} - \frac{1}{1}$$

$$\frac{x^2-3x+2}{x^2+x-6} - \frac{x^2+2x+1}{x^2+x-6} + \frac{x^2+2x+1}{(x-1)^2} + \frac{x^2+2x+1}{x+1}$$

$$j. \frac{\frac{x+1}{x^2-1} + \frac{x^2+2x+1}{x+1}}{1}$$

$$k. \frac{\frac{x^2-2x+1}{x-1} - \frac{x^2-1}{x+1}}{\frac{x}{x^2-1} + \frac{1}{x-1}}$$