Funciones: características y operaciones (1º de Bachillerato Ciencias)

1. De un cuadrado de lado 5 cm se cortan sus esquinas con forma de triángulo rectángulo isósceles de cateto de longitud x. Construir la función que permite obtener el área del octógono formado en función de x. Indicad el dominio y el recorrido de la función.

2. Hallad analíticamente el dominio de las siguientes funciones:

   a) $f(x) = 3x^3 + 5x - 2$

   b) $f(x) = \frac{3x}{2-x}$

   c) $f(x) = -\frac{3}{x^2-2x-8}$

   d) $f(x) = \frac{1}{3x-2x^2}$

   e) $f(x) = \frac{1}{x^2-25}$

   f) $f(x) = \frac{1}{x^2+25}$

   g) $f(x) = \sqrt{2-x}$

   h) $f(x) = \sqrt{x-2}$

   i) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2-x}}$

   j) $f(x) = \sqrt{x^2+25}$

   k) $f(x) = \sqrt{x^2-25}$

   l) $f(x) = \sqrt{x^2+x+4}$

   m) $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+25}}$

   n) $f(x) = \sqrt{\frac{x}{x^2+25}}$

   o) $f(x) = \sqrt{\frac{x}{x^2-25}}$

3. Calculad los puntos de corte con los ejes de las siguientes funciones:

   a) $f(x) = 3x - 2$

   b) $f(x) = x^2 + 2x - 3$

   c) $f(x) = 2x^2 + 2x + 2$

   d) $f(x) = x^3 - 2x^2$

   e) $f(x) = \frac{x^2-25}{x+5}$

   f) $f(x) = \sqrt{3x+6}$

g) $f(x) = \frac{x-4}{3x-3}$

h) $f(x) = \sqrt{3x} + 9$

i) $f(x) = \frac{x^2-5}{x^2-4}$

j) $f(x) = \sqrt{x^2 + x - 2}$

k) $f(x) = \sqrt{x^2 + 25}$

l) $f(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$

m) $f(x) = \frac{x^2+9}{x+5}$

n) $f(x) = x^4 + x^3 + 2x - 4$

4. Calcula el dominio de las siguientes funciones:

a) $f(x) = \frac{1}{senx}$

b) $f(x) = \log(2x - 7)$

c) $f(x) = \frac{1}{cox}$

d) $f(x) = \log(\frac{5}{2x-4})$

e) $f(x) = \sqrt{1 - cosx}$

f) $f(x) = e^{2x+3}$

g) $f(x) = e^{\frac{2x+3}{x-2}}$

h) $f(x) = \sqrt{\frac{x-2}{x+1}}$

i) $f(x) = \frac{x-2}{\sqrt{-x+1}}$

5. Calcula si las siguientes funciones tienen algún tipo de simetría:

a) $f(x) = 5x^3 - 11x$

b) $f(x) = x^4 - 6x^2$

c) $f(x) = x^3 - x^2$

d) $f(x) = \frac{5x^2-x}{x}$

e) $f(x) = \frac{x^3+2x}{x^2+9}$

6. Se consideran las siguientes funciones:

$$f(x) = 2x^2 \; ; \; h(x) = \sqrt{1-x} \; ; j(x) = 2x - 1 \; ; k(x) = \frac{x^2}{x-1}$$

Calcula las funciones que resultan:

a) $f(x)+h(x)$

b) $f(x)-j(x)$

c) $f(x)\cdot k(x)$

d) $\frac{f(x)}{h(x)}$

e) $\frac{k(x)}{j(x)}$

f) $(f\circ h)(x)$

g) $(h\circ f)(x)$

h) $(j\circ h)(x)$

i) $(k\circ j)(x)$

7. Dadas las funciones $f(x)=x^2-3x+1$; $g(x)=2x+k$. Calculad los valores de ***k*** para los que se verifica que el punto $P(2,5)$ pertenece a la gráfica de la función $f\circ g$.

8. Calculad, si fuera posible, la función inversa de las siguientes funciones:

   a) $f(x)=2x-1$

   b) $f(x)=x^3+1$

   c) $f(x)=\frac{x-2}{3}$

   d) $f(x)=3^{2x-1}$

   e) $f(x)=tg(4x+5)$

   f) $f(x)=\sqrt{5x-3}$

   g) $f(x)=\frac{7}{sen(x)}$

9. Representar, a partir de la gráfica de la función $f(x)=\frac{1}{x}$, la función $g(x)=\frac{1}{x+1}-2$.

10. Representar, a partir de la gráfica de la función $f(x)=x^2$, la función $g(x)=(x+2)^2-1$.

11. Representa las siguientes funciones:

    a) $f(x)=2x-3$

    b) $f(x)=\frac{2x-3}{2}$

    c) $f(x)=x^2-2$

d) $f(x) = x^2 + 2$

e) $f(x) = x^2 - x$

f) $f(x) = -x^2 + 2x + 3$

12. Representa gráficamente las siguientes funciones:

a) $f(x) = \begin{cases} x - 3 & si\ x \leq 0 \\ 2 & si\ 0 \leq x \leq 3 \\ -x & si\ x \geq 3 \end{cases}$

b) $f(x) = \begin{cases} x + 2 & si\ x < -2 \\ -x^2 + 2 & si - 2 \leq x \leq 1 \\ \frac{x}{3} & si\ x > 1 \end{cases}$

c) $f(x) = \begin{cases} x^2 & si\ x < 0 \\ \frac{-x+10}{3} & si - 2 < x < 1 \\ -x^2 + 3x & si\ x \geq 1 \end{cases}$

d) $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2+x} & si\ x < -2 \\ 4 - x^2 & si - 2 \leq x \leq 2 \\ \frac{1}{x-2} & si\ x > 2 \end{cases}$

e) $f(x) = \begin{cases} x^2 + 8x + 7 & si\ x \leq -2 \\ \sqrt{x + 2} & si - 2 < x \leq 2 \\ \frac{5x-18}{2x-8} & si\ x > 2 \end{cases}$

13. Representa gráficamente las siguientes funciones. Expresarlas como funciones definidas a trozos:

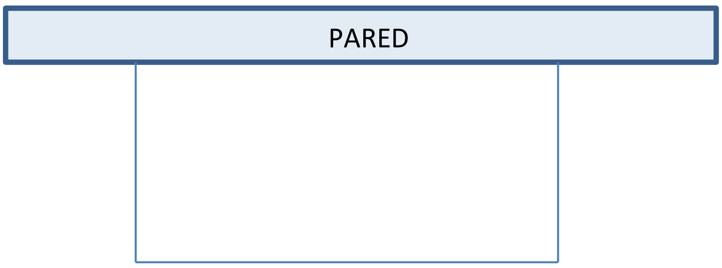
a) $f(x) = |-3x + 1|$

b) $f(x) = |x^2 + 6x + 1|$

c) $f(x) = |-x^2 + x - 2|$

d) $f(x) = |2x + 1| - |2 - x|$

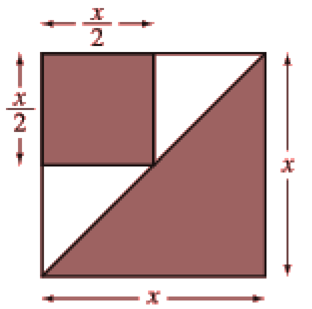
14. Con 200 metros de valla queremos acotar un recinto rectangular aprovechando una pared:



a) Expresa en función de uno de los lados iguales y la longitud total de la valla el otro lado.

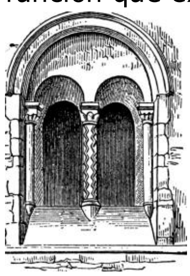
b) Construye la función que permite calcular en función de la longitud de un lado el área encerrada.

15. En un cuadrado de lado x cm, se colorea la siguiente zona.



Calcula la función que obtiene el área coloreada en función del lado del cuadrado.

16. Un contenedor rectangular con una de sus caras abiertas tiene un volumen de 10 m^3. La longitud de su base es dos veces su anchura. El material de la base cuesta 10 € el metro cuadrado y el de los laterales 6 € por metro cuadrado. Construye una función que dada la anchura de la base proporcione el coste del contenedor.
17. Una Ventana normanda está formada por un semicírculo sobre un rectángulo. Si el perímetro de la ventana es de 20 metros, construir una función que exprese el área de la ventana en función de su anchura.



18. Una empresa de taxis carga 1 € por el primer kilómetro (o parte de un kilómetro) y 10 céntimos de euro por cada 10 kilómetros (o parte de ellos). Expresar el coste (en euros) de una carrera en función de la distancia recorrida (kilómetros). Realizar el esbozo de la gráfica.
19. Construye una función que permita conocer el área de un triángulo equilátero en función de la longitud de su lado.
20. Un espejo plano que tenía forma de cuadrado de B0 cm de lado se ha roto por una esquina según una recta. Uno de los trozos tiene forma de triángulo rectángulo de catetos 40 y 32 cm. Construir una función que permita calcular el área del espejo rectangular que resulta de recortar el otro trozo de espejo, de modo que los bordes del nuevo espejo sean paralelos a los del original.