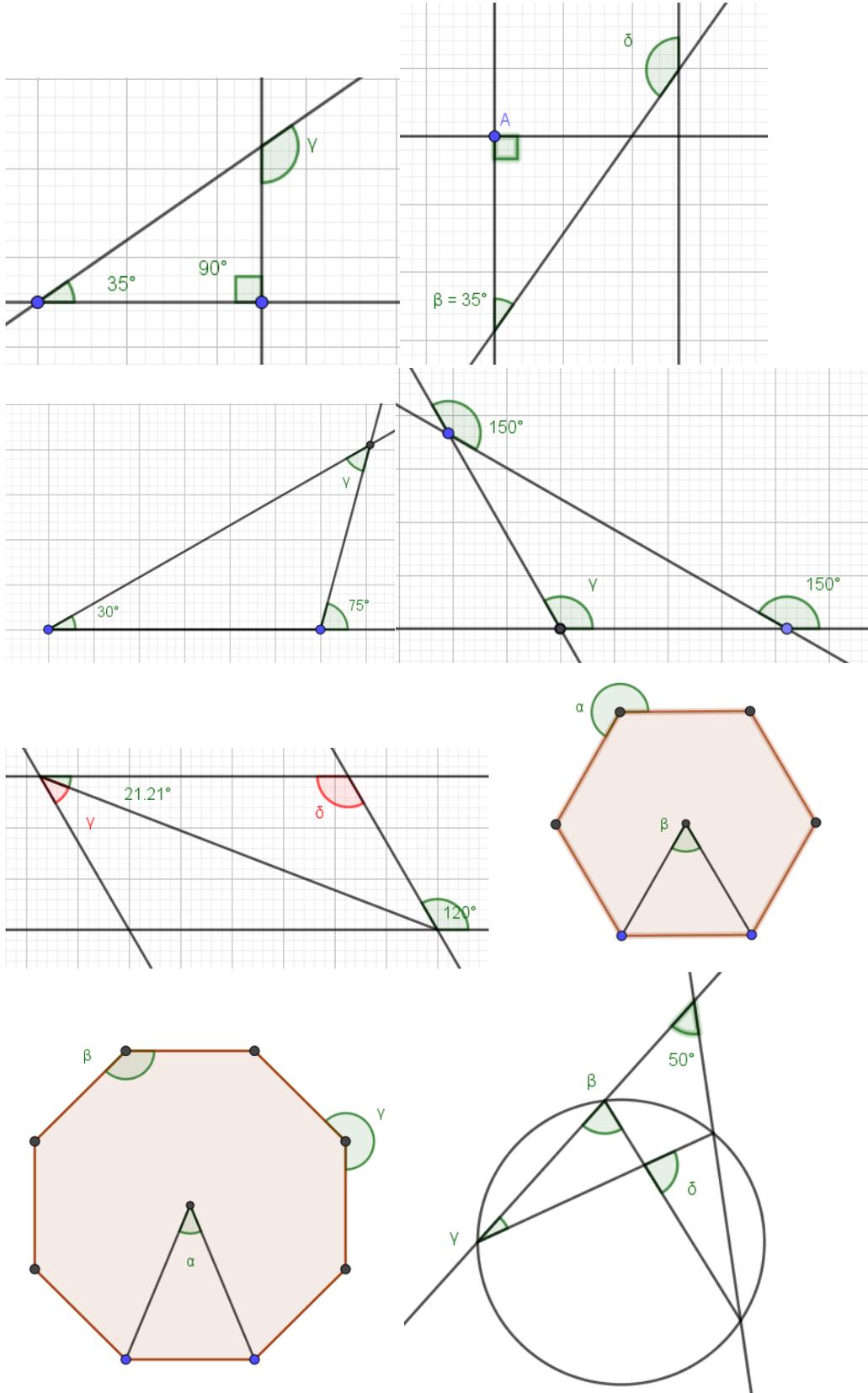


Trigonometría (1º Bachillerato CC)

1. Calcula el ángulo cuyo valor falta en las figuras:



2. Demostrad que si A, B y C son puntos distintos de una circunferencia y tal que AB es un diámetro, el ángulo $\angle ACB$ es recto.



3. Calcular las razones trigonométricas de un ángulo α situado en el primer cuadrante sabiendo que $\cos \alpha = -\frac{1}{3}$
4. Calcula las razones trigonométricas de un ángulo α situado en el tercer cuadrante sabiendo que $\operatorname{tg} \alpha = \frac{5}{3}$
5. Calcula las razones trigonométricas de un ángulo α situado en el cuarto cuadrante sabiendo que $\operatorname{cotg} \alpha = -\frac{6}{5}$
6. Calculad el ángulo α y las demás razones trigonométricas, sabiendo que: $\operatorname{sen} \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ y $\cos \alpha = -\frac{1}{2}$
7. Calculad los valores del seno y el coseno si $\operatorname{tg} \alpha = -\sqrt{3}$
8. Calcula las razones trigonométricas del ángulo α sabiendo que $\operatorname{sen} \alpha = \frac{1}{6}$
9. Calcula las restantes razones trigonométricas sabiendo que $\operatorname{tg} \alpha = \frac{2}{5}$ $\alpha > 90^\circ$
10. Hallar seno, coseno y tangente de los siguientes ángulos expresándolos en función de un ángulo del primer cuadrante:
 - a) 300°
 - b) 210°
 - c) 120°
 - d) 315°
 - e) 225°
 - f) 135°
 - g) 330°
 - h) 240°
 - i) 150°
 - j) -3000°
 - k) 900°
 - l) -420°
 - m) -330°
 - n) 765
 - o) $\frac{13}{4}\pi \operatorname{rad}$
 - p) $10\pi \operatorname{rad}$
 - q) $\frac{77}{6}\pi \operatorname{rad}$
11. Utilizando las fórmulas de la suma de dos ángulos, calculad el seno, coseno y tangente de los siguientes ángulos:
 - a) 15°
 - b) 105°
 - c) 75°
 - d) 165°
 - e) 120°
 - f) 210°
 - g) 300°
 - h) 240°
 - i) 315°
12. Si $\cos \alpha = \frac{3}{5}$, $0 < \alpha < 90^\circ$, calculad:
 - a) $\operatorname{sen}(90^\circ - \alpha)$
 - b) $\operatorname{sen}(90^\circ + \alpha)$
 - c) $\operatorname{sen}(180^\circ - \alpha)$
 - d) $\operatorname{sen}(180^\circ + \alpha)$
 - e) $\operatorname{sen}(270^\circ - \alpha)$
 - f) $\operatorname{sen}(270^\circ + \alpha)$
 - g) $\operatorname{sen}(-\alpha)$
13. Si $\operatorname{tg} \alpha = \frac{3}{2}$, $0 < \alpha < 90^\circ$ calculad $\operatorname{sen} 2\alpha$, $\cos 2\alpha$ y $\operatorname{tg} 2\alpha$.
14. Calculad las razones trigonométricas de 15° sin utilizar tablas.
15. Calculad las razones trigonométricas de $22^\circ 30'$ sin utilizar tablas.
16. Calculad las razones trigonométricas de 105° sin utilizar tablas.
17. Si $\cos \alpha = -\frac{2}{3}$, $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$, calcula las razones trigonométricas del ángulo doble y el ángulo mitad de α .
18. En función de $\operatorname{sen} \alpha$ calculad $\operatorname{sen} 3\alpha$ y $\cos 3\alpha$. Validar el resultado para $\operatorname{sen} 30^\circ$.

19. Determinad todos los ángulos $0^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$ que satisfagan las siguientes ecuaciones:

a) $\operatorname{sen} \theta = 0'4226$

b) $\operatorname{sen} \theta = 0'1909$

c) $\operatorname{cos} \theta = 0'4226$

d) $\operatorname{tan} \theta = 0'7813$

e) $\operatorname{sen} \theta = -0'6294$

f) $\operatorname{cos} \theta = -0'9816$

g) $\operatorname{tan} \theta = -9'514$

20. Simplifica las siguientes expresiones:

a) $2 \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot \cos^2 \frac{\alpha}{2} - \operatorname{sen} \alpha$

b) $(\operatorname{sen} \alpha + \operatorname{cos} \alpha)^2$

c) $\operatorname{sen}^4 \alpha - \operatorname{cos}^4 \alpha$

d) $\sqrt{1 - \operatorname{sen} \alpha} \cdot \sqrt{1 + \operatorname{sen} \alpha}$

e) $(1 - \operatorname{sec} \alpha)(1 + \operatorname{sec} \alpha)$

f) $\operatorname{cot}(-\alpha) \cdot \operatorname{cos}(-\alpha) - \operatorname{sen}(-\alpha)$

g) $\operatorname{cos}^3 \alpha + \operatorname{sen}^2 \alpha \cdot \operatorname{cos} \alpha$

h) $(1 + \operatorname{sen} \alpha)(1 - \operatorname{sen} \alpha)$

i) $\frac{\operatorname{sen} \alpha}{\operatorname{cos} \alpha} + \frac{\operatorname{cos} \alpha}{1 + \operatorname{sen} \alpha}$

j) $\frac{\operatorname{sen}^2 \alpha \cdot (1 + \operatorname{cos} \alpha)}{1 - \operatorname{cos} \alpha}$

k) $\frac{\operatorname{cos} \alpha}{\operatorname{tg} \alpha (1 - \operatorname{sen} \alpha)}$

l) $\frac{\operatorname{sec}^2 \alpha}{\operatorname{cosec}^2 \alpha - \operatorname{sec}^2 \alpha} + \frac{\operatorname{cot}^2 \alpha}{\operatorname{cot}^2 \alpha - 1}$

21. Simplifica las siguientes expresiones:

a) $\frac{1 - \operatorname{cos} 2\alpha}{\operatorname{cos}^2 \alpha}$

b) $\frac{\operatorname{sen} \alpha (\operatorname{sen}^2 \alpha - 1)}{\operatorname{cos} \alpha (1 - \operatorname{cos}^2 \alpha)} \cdot \operatorname{tg} \alpha$

- c) $\frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \alpha \cdot \cot^2 \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}$
- d) $\frac{\sec(-\alpha)}{\operatorname{tg}(-\alpha)}$
- e) $\frac{\operatorname{cosec} \alpha}{1 + \cot^2 \alpha}$
- f) $\frac{\operatorname{sen}^4 \alpha + \operatorname{sen}^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha}{\cos^4 \alpha - \cos^2 \alpha \cdot \operatorname{sen}^2 \alpha} \cdot \cotg \alpha$

22. Demuestra las siguientes identidades:

- a) $\cot^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\operatorname{sen}^2 \alpha}$
- b) $\operatorname{sen} \alpha \cdot \sec \alpha = \operatorname{tg} \alpha$
- c) $\operatorname{tg} \alpha \cdot \cot \alpha = \operatorname{sen}^2 \alpha + \cos^2 \alpha$
- d) $\operatorname{tg} \alpha + \cot \alpha = \sec \alpha \cdot \operatorname{cosec} \alpha$
- e) $(\operatorname{sen} \alpha + \cos \alpha)^2 = 1 + \frac{2 \operatorname{sen} \alpha}{\cos \alpha}$
- f) $\frac{\operatorname{sen} \alpha \cdot \cos \alpha}{\cos^2 \alpha - \operatorname{sen}^2 \alpha} = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}$

23. Demuestra las siguientes identidades:

- a) $\frac{1 + \operatorname{sen} \alpha}{\cos \alpha} + \frac{\cos \alpha}{1 + \operatorname{sen} \alpha} = 2 \sec \alpha$
- b) $\operatorname{sen} \alpha = \frac{2 \operatorname{tg}\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{1 + \operatorname{tg}^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)}$
- c) $\frac{1}{1 + \operatorname{sen} \alpha} + \frac{1}{1 - \operatorname{sen} \alpha} = 2 \sec^2 \alpha$
- d) $\frac{\operatorname{sen} \alpha}{1 - \cos \alpha} = \frac{1 + \cos \alpha}{\operatorname{sen} \alpha}$

24. Demuestra las siguientes identidades:

- a) $2 \operatorname{tg} 2\alpha = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) - \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)$
- b) $\operatorname{sen}^2 \alpha - \cos^2 \beta = \operatorname{sen}^2 \beta - \cos^2 \alpha$

c) $\cos^2 \alpha \cdot \cos^2 \beta - \sin^2 \alpha \cdot \sin^2 \beta = \cos^2 \alpha - \sin^2 \beta$

d) $\frac{\sin(\alpha+\beta) \cdot \sin(\alpha-\beta)}{\cos \alpha + \cos \beta} = \cos \beta - \cos \alpha$

e) $(\cos \alpha - \cos \beta)^2 + (\sin \alpha + \sin \beta)^2 = 2\sin^2(\alpha + \beta)$

f) $\sin^2 \alpha - \sin^2 \beta = \sin(\alpha + \beta) \cdot \sin(\alpha - \beta)$

25. Resuelve las siguientes ecuaciones expresando el resultado en grados y radianes:

a) $\cos x = \frac{1}{2}$

b) $\operatorname{tg} x = -\frac{\sqrt{3}}{3}$

c) $\operatorname{sen} x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

d) $\operatorname{sen} x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

e) $\cos x = -1$

f) $\operatorname{tg} x = 1$

26. Resuelve las siguientes ecuaciones trigonométricas:

a) $\operatorname{tg} \frac{x}{2} = 1$

b) $\operatorname{sen} 2x = \cos 60^\circ$

c) $\operatorname{tg} 2x = \sqrt{3}$

d) $\operatorname{sen} 2x = 0$

e) $\cos 3x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

f) $2\cos(2x) + 1 = 0$

27. Resuelve las siguientes ecuaciones trigonométricas:

a) $\operatorname{cotg}\left(\frac{x+45^\circ}{2}\right) = \frac{1}{\sqrt{3}}$

b) $\operatorname{sen}\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

c) $2\operatorname{sen}(2x + 15^\circ)$

d) $\operatorname{sen}\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}$

e) $\operatorname{tg}\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = -\sqrt{3}$

f) $\cos\left(\frac{\pi}{3} - x\right) = 1$

28. Resuelve las siguientes ecuaciones trigonométricas:

a) $\operatorname{sen} 2x - \cos x = 0$

- b) $\operatorname{sen} x - \cos x = 0$
- c) $\operatorname{sen} 2x - 4 \cos x = 0$
- d) $\operatorname{sen} 3x + \operatorname{sen} x = 0$
- e) $\operatorname{sen} 4x = \operatorname{sen} 2x$
- f) $2 \operatorname{sen} x = \operatorname{tg} x$
- g) $\cos 2x = 1 + 4 \operatorname{sen} x = 0$
- h) $\operatorname{sen} x + \cos x = 1$
- i) $\operatorname{sen} 2x + \cos 2x = 1$
- j) $-3 \operatorname{sen}^2 x + \cos^2 x = 0$
- k) $\operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} - x \right) + \operatorname{tg} x = 1$
- l) $\operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} 2x = 1$

29. Resuelve las siguientes ecuaciones trigonométricas:

- a) $2 \operatorname{sen}^2 x + 3 \cos^2 x = 3$
- b) $2 \operatorname{tg} x - 3 \operatorname{cotg} x = 1$
- c) $\operatorname{tg} 2x + 2 \cos x = 0$
- d) $\sqrt{2} \cos \frac{x}{2} - \cos x = 1$
- e) $\operatorname{sen} 2x \cdot \cos x = 6 \operatorname{sen}^3 x$
- f) $2 \operatorname{sen} x + 1 = 3 \operatorname{cosec} x$
- g) $\operatorname{sen} (2x + 60^\circ) + \operatorname{sen} (x + 30^\circ) = 0$
- h) $\cos 3x + \cos x = \cos 2x$
- i) $\operatorname{sen} x + \sqrt{3} \cos x = 2$
- j) $\cos 2x - \cos 6x = \operatorname{sen} 5x + \operatorname{sen} 3x$
- k) $\cos^2 x + \cos^2 \left(\frac{x}{2} \right) - \frac{1}{2}$
- l) $4 \operatorname{sen} \left(\frac{x}{2} \right) + 2 \cos x = 3$
- m) $\operatorname{tg} 2x = -\operatorname{tg} x$
- n) $\operatorname{tg}^2 \left(\frac{x}{2} \right) + 1 = \cos x$
- o) $\operatorname{cotg} x \cdot \cos x = 2 \operatorname{cotg} x$
- p) $\cos 3x + \cos x = \cos 2x$
- q) $\cos 4x = \operatorname{sen} (x + 135^\circ)$
- r) $\operatorname{sen} x + \sqrt{3} \cos x = 2$

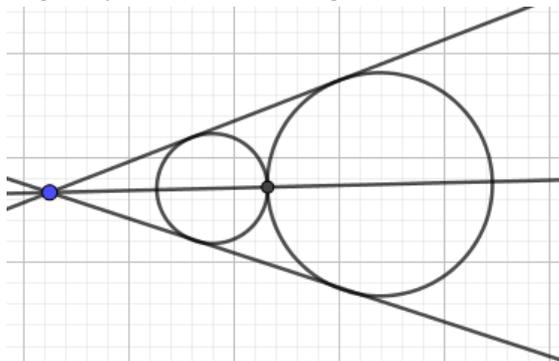
30. Resolved los siguientes sistemas de ecuaciones trigonométricas:

- a) $\begin{cases} x + y = \frac{\pi}{2} \\ \operatorname{sen} x + \operatorname{sen} y = 1 \end{cases}$
- b) $\begin{cases} \operatorname{sen} x - \operatorname{sen} y = 1 \\ \operatorname{sen} x + \operatorname{sen} y = 1 \end{cases}$
- c) $\begin{cases} \operatorname{sen}^2 x - \cos y = \frac{3}{4} \\ \operatorname{sen} x - \cos y = 0 \end{cases}$
- d) $\begin{cases} \cos(x + y) = \frac{1}{2} \\ \cos(x - y) = \frac{1}{2} \end{cases}$
- e) $\begin{cases} \operatorname{sen} x \cdot \operatorname{sen} y = \frac{1}{4} \\ \cos x \cdot \cos y = \frac{3}{4} \end{cases}$

$$f) \begin{cases} x + y = \frac{2\pi}{3} \\ \operatorname{sen} x + \operatorname{sen} y = \frac{3}{2} \end{cases}$$

31. Resolver un triángulo isósceles cuyo lado desigual mide 19.8 cm y la altura sobre dicho lado es de 12.5 cm.
32. De un triángulo rectángulo se conoce su área $10\sqrt{6}$ cm² y uno de sus ángulos es de 30°
Calcula el resto de elementos del triángulo.
33. En un triángulo rectángulo se conoce la hipotenusa 7m y un ángulo de 50°. Calcula el resto de los elementos del triángulo.
34. De un triángulo rectángulo se sabe que sus catetos miden 6 y 8 centímetros. Calcula el resto de los elementos del triángulo.
35. Una cometa está sujeta al suelo mediante un cabo de 50 m de largo, que forma con el suelo un ángulo de 58° por efecto del viento. Suponiendo que nuestro cabo está completamente extendido, calcular la altura de la cometa.
36. Se recorren 1500 m en una carretera salvando un desnivel de 100 m. ¿Cuál es el ángulo de inclinación de la carretera?
37. ¿Cuál es la inclinación de los rayos del sol si el asta de una bandera de 3m de altura proyecta una sombra sobre el suelo de 1.2 m?
38. Un avión despega llevando recorrida una distancia de 3 Km. Si el ángulo de elevación es de 15°. Calcula a que altura se encuentra el avión.
39. Los brazos de un compás forman un ángulo de 60° y su longitud es de 10 cm. Hallad la distancia entre las puntas de los brazos.
40. Desde un faro que se encuentra situado a 35 m sobre el nivel del mar se observa que el ángulo de depresión de un barco es de 40°. ¿Que distancia los separa?
41. Dos amigos están en la base de una torre. Uno de ellos ve el extremo de la torre con un ángulo de 30° respecto a la horizontal y el otro, situado entre la torre y el anterior, con un ángulo de 45°. Si la distancia entre ambos es de 27 m, calcular la altura de la torre.
42. Hallar la fórmula del área de un triángulo equilátero en función del lado a y su altura.
43. Hallar el área de un pentágono, octógono y decágono regulares de lado 20 cm.
44. Calcular los ángulos de un trapecio isósceles de altura 55 m y cuyas bases miden 45 m y 73 m.
- 45.
46. Las diagonales de un paralelogramo miden 7 cm y 8 cm, formando un ángulo de 70° al cortarse. Calcula el área del paralelogramo.
47. Resolver un triángulo conocidos $a = 10$, $A = 41^\circ$ y $C = 75^\circ$.
48. Resolver un triángulo conocidos $a = 18$, $b = 30$ y $A = 25^\circ$.
49. Resolver un triángulo conocidos $a = 5$, $A = 30^\circ$ y $b = 12$.
50. Resolver los siguientes triángulos de los que se conoce los datos indicados.
 - a) $a = 10$, $A = 35^\circ$, $B = 25^\circ$.
 - b) $a = 5$, $A = 42^\circ$, $b = 7$.
 - c) $a = 12$, $A = 94^\circ$, $b = 15$.
 - d) $b = 40$, $B = 75^\circ$, $c = 35$.
 - e) $a = 40$, $A = 25^\circ$, $c = 30$.
 - f) $a = 15$, $A = 94^\circ$, $b = 12$.

- g) $A = 40^\circ$, $B = 45^\circ$, $c=15$
 h) $a = 5$, $A = 47^\circ$, $b = 9$.
51. Resuelve los triángulos conocidos los siguientes datos:
- $a = 9,3 \text{ m}$, $b = 6,72 \text{ m}$ y $c = 7,67 \text{ m}$
 - $a = 5 \text{ m}$, $b = 7 \text{ m}$ y $c = 15 \text{ m}$
 - $b = 10 \text{ cm}$, $A = 97^\circ$ y $B = 85^\circ$
 - $A = 75^\circ$, $B=25^\circ$ y $c = 12 \text{ cm}$
 - $a = 3 \text{ cm}$, $b = 4 \text{ cm}$ y $c = 5 \text{ cm}$
 - $A = 110^\circ$, $C = 25^\circ$ y $b = 12 \text{ cm}$
52. Las diagonales de un rombo miden 6 y 8 centímetros. Calculad el área del rombo, la longitud de su lado y los ángulos que forman los lados.
53. Los lados de un paralelogramo forman un ángulo de 110° y sus lados miden 8 y 10 metros. Calculad la medida de sus diagonales.
54. El lado de un rombo mide 5 cm y su ángulo menor 30° . Calcula el área del rombo y la longitud de sus diagonales.
55. Dos coches, con velocidades constantes respectivas de 90 km/h y 80 km/h salen de un mismo punto por dos carreteras que forman un ángulo de 70° . ¿Qué distancia los separa al cabo de 30 minutos?
56. Dos edificios se encuentran separados por 40 metros. Una persona situada en la azotea del mas bajo de ellos observa la cúspide del otro edificio con un ángulo de elevación de 25° y observa con un ángulo de depresión de 35° la base del edificio. Calcula las alturas de los edificios.
57. Un avión vuela entre dos ciudades separadas por 100 km. Las visuales desde las dos ciudades hasta el avión forman con la horizontal ángulos de 36° y 12° de amplitud. Supuesto que las ciudades y el avión se encuentran en el mismo plano, calcula las distancias entre las ciudades y el avión y la altura a la que vuela.
58. Calcula el área de un pentágono regular si su perímetro coincide con el de un cuadrado que tiene 144 cm^2 de área.
59. Un hombre situado al oeste de una antena observa que su ángulo de elevación es de 45° . Camina hacia el sur 50 m y observa que el ángulo de elevación es de 30° . Calcula la altura de la antena.
60. Demostrad que la suma de las tangentes de los ángulos de un triángulo coinciden con su producto.
61. Dos circunferencias de radios 9 cm y 7 cm son tangentes exteriores. Determina el ángulo que forman sus tangentes comunes.

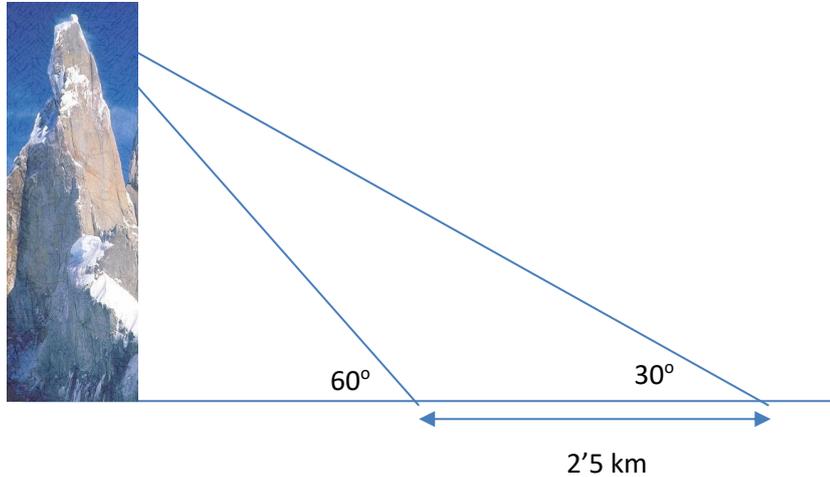


62. Si las diagonales de un cuadrilátero miden d y D unidades lineales y forman un ángulo α , demostrad que el área del cuadrilátero puede expresarse como:

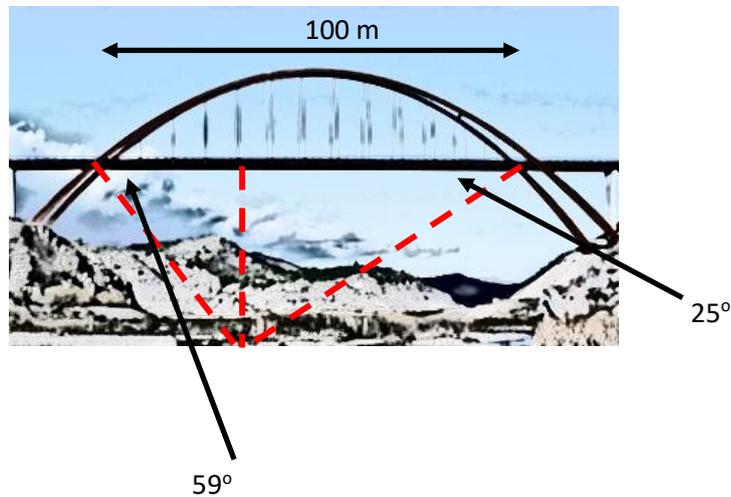
$$A_{\text{cuadrado}} = \frac{d \cdot D \cdot \text{sen } \alpha}{2}$$

63. Expresa $\text{sen } 3\alpha$ en función de $\text{sen } \alpha$.

64. Calcula la altura de una montaña a partir de los datos de la figura:



65. Una avioneta que vuela a 2'5 km de altura observa dos edificios con ángulos de depresión de 62° y 38° (se supone que los edificios y la avioneta se encuentran en el mismo plano). Calcula la separación de los edificios.
66. Calculad la altura a la que se encuentra la parte peatonal del puente con los datos que aparecen en la figura.



67. Un punto dista 12 cm del centro de una circunferencia de 6 cm de radio. Calcula el ángulo que forman entre sí dos tangentes trazadas desde dicho punto a la circunferencia.