Sucesiones (4º de la ESO)

1. Para cada una de las siguientes sucesiones, indicar cuales se encuentran acotadas inferiormente, cuales se encuentran acotadas superiormente y cuales se encuentran acotadas:
   a) $a_n = \left(\frac{3}{4}\right)^n$
   b) $a_n = \left(-\frac{3}{4}\right)^n$
   c) $a_n = -\left(\frac{3}{4}\right)^n$
   d) $a_n = \left(\frac{4}{3}\right)^n$
   e) $a_n = \left(-\frac{4}{3}\right)^n$
   f) $a_n = -\left(\frac{4}{3}\right)^n$
2. Determina si las siguientes sucesiones están acotadas:
   a) $a_n = \frac{n+1}{n}$
   b) $a_n = \frac{1-n}{2n}$
   c) $a_n = \frac{n+1}{2n}$
   d) $a_n = \frac{1-n}{5n}$
3. Halla la cota superior de las siguientes sucesiones
   a) 5; 5,2 ; 5,23; 5,232; 5,2323; 5,23232 ; …
   b) 1; 1,1; 1,01; 1,001; 1,0001; 1,00001; …
4. Determina si la siguiente sucesión de término general $a_n = \frac{3n}{n+1}$ es creciente o decreciente.
5. Demuestra que la sucesión de término general $a_n = \frac{3n}{n+1}$ está acotada.
6. Demuestra que 3 o cualquier número mayor que 3 es una cota de la sucesión de término general $a_n = \frac{3n-1}{n+1}$.
7. Demuestra que la sucesión de término general $a_n = \frac{1}{n^2}$ es estrictamente decreciente.
8. Consideremos la sucesión de término general $a_n = \frac{2n+1}{n+1}$. ¿A partir de que término el valor absoluto de las diferencias de a_n y el número 2 es menor que una centésima?. ¿A partir de que término las diferencias son menores que una milésima?.
9. ¿ A partir de qué término la sucesión de término general $a_n = \frac{1}{n}$ se encuentra próxima a cero con un error menor que 0'001?.
10. ¿Qué términos de la sucesión de término general $a_n = \frac{2n}{n+1}$ se aproximan a 2 con un error menor que 10^{-4}.

11. Demuestra que 2 es el límite de la sucesión de término general $a_n = \frac{2n+1}{n}$.

12. Dada la sucesión de término general $a_n = \frac{5n+1}{5n}$

 a) ¿Se puede encontrar un término a partir del cual todos los siguientes disten de 1 menos de 0'8?.

 b) Calculad 2 términos que disten de 1 menos que 2/3.

13. Calcula los siguientes límites:

 a) $\lim_{n\to\infty} \frac{2n^2-5n+7}{3n^2}$

 b) $\lim_{n\to\infty} (7+n)$

 c) $\lim_{n\to\infty} \left(7-\frac{1}{n}\right)$

 d) $\lim_{n\to\infty} (7-n^2)$

 e) $\lim_{n\to\infty} \left(6+\frac{1}{n^3}\right)$

 f) $\lim_{n\to\infty} \left(\frac{7}{n}\right)$

 g) $\lim_{n\to\infty} \left(\frac{5}{n}\right)\cdot n$

 h) $\lim_{n\to\infty} \left(\frac{1}{3}\right)^n$

 i) $\lim_{n\to\infty} 3^n$

 j) $\lim_{n\to\infty} (23+10^{-n})$

 k) $\lim_{n\to\infty} (8n^2-7n-500)$

 l) $\lim_{n\to\infty} (8n^{-2}-7n^{-1}-500)$

 m) $\lim_{n\to\infty} \left(\frac{6n^3-7n^2+12}{3n^5+2n^2+n+1}\right)$

 n) $\lim_{n\to\infty} \left(\frac{(n+1)^2}{2n^2}\right)$

 o) $\lim_{n\to\infty} \left(\frac{(n+1)^2-(n-1)^2}{5n+3}\right)$

 p) $\lim_{n\to\infty} \left(\frac{n+10}{n}\right)$

 q) $\lim_{n\to\infty} \left(\frac{3+n^2}{1-2n}\cdot\frac{5-3n}{5n^2+3}\right)$

 r) $\lim_{n\to\infty} \left(\frac{n+3}{5n}\right)^4$

 s) $\lim_{n\to\infty} \sqrt{\frac{n^2+3}{2n^2-7}}$

 t) $\lim_{n\to\infty} \left(\frac{\sqrt[3]{n^3+2n-1}}{n+1}\right)$

 u) $\lim_{n\to\infty} \left(\frac{\sqrt[3]{n^2+n}}{n+1}\right)$

 v) $\lim_{n\to\infty} \left(\sqrt{n^2-n}-n\right)$

14. Definimos la sucesión cuyo término general tiene la siguiente expresión:

$$a_n = \begin{cases} n+2 \; si\; n\; es\; par \\ \dfrac{1}{n+2} \; si\; n\; es\; impar \end{cases}$$

¿Es una sucesión monótona?¿Converge?

15. Definimos la sucesión cuyo término general tiene la siguiente expresión:

$$a_n = \begin{cases} n+2 \; si\; n < 1000 \\ \dfrac{1}{n+2} \; si\; n > 1000 \end{cases}$$

¿Es una sucesión monótona?¿Converge?