

Trigonometría (4º de la ESO)

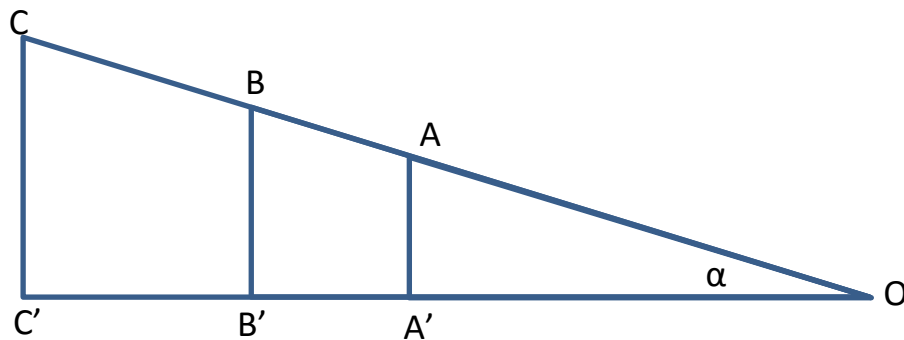
1. Expresar en radianes los siguientes ángulos dados en grados:

- | | |
|----------------|----------------|
| a) 30° | f) 270° |
| b) 45° | g) 360° |
| c) 60° | h) 135° |
| d) 90° | i) 235° |
| e) 180° | j) 75° |

2. Expresar en grados los siguientes ángulos dados en radianes:

- | | |
|-------------------------|-------------------------|
| a) $\frac{2\pi}{3} rad$ | e) $\frac{5\pi}{6} rad$ |
| b) $\frac{\pi}{5} rad$ | f) $\frac{\pi}{10} rad$ |
| c) $\frac{4\pi}{3} rad$ | g) $0,2 rad$ |
| d) $\frac{3\pi}{4} rad$ | |

3. Comprobad en la siguiente figura que las razones trigonométricas no dependen del triángulo elegido.



4. Utilizando el transportador de ángulos, dibujad un triángulo rectángulo que tenga un ángulo de 30° , y medid a continuación sus lados para obtener $\text{sen } 30^\circ$, $\text{cos } 30^\circ$ y $\text{tg } 30^\circ$; comparad los valores obtenidos con los que se obtienen utilizando la calculadora.

5. Utilizad la calculadora para obtener, con cuatro decimales (aproximando), las siguientes razones trigonométricas:

- | | |
|------------------------------------|--------------------------------------|
| a) $\text{sen } 75^\circ$ | k) $\text{cosec } 67^\circ 34' 23''$ |
| b) $\text{cos } 40^\circ$ | l) $\text{sen } \pi/3 rad$ |
| c) $\text{tg } 75^\circ$ | m) $\text{cos } 2\pi/5 rad$ |
| d) $\text{sen } 23^\circ 5' 24''$ | n) $\text{tg } \pi/4 rad$ |
| e) $\text{cos } 18^\circ 32' 37''$ | o) $\text{sen } 120^\circ$ |
| f) $\text{sec } 27^\circ$ | p) $\text{cos } 120^\circ$ |
| g) $\text{cosec } 36^\circ$ | q) $\text{sen } 225^\circ$ |
| h) $\text{tg } 35^\circ 30'$ | r) $\text{tg } 225^\circ$ |
| i) $\text{ctg } 32^\circ 25' 13''$ | s) $\text{tg } 45^\circ$ |
| j) $\text{tg } 90^\circ$ | t) $\text{cos } \pi rad$ |

6. Expresa los siguientes ángulos como suma de un número entero de vueltas y un ángulo menor de 360° .

- | | |
|--------------------|--------------------|
| a) 720° . | d) 7.200° . |
| b) 900° . | e) $10\pi rad$ |
| c) -3000° . | f) $20 rad$ |



- g) $\frac{13\pi}{4} \text{ rad}$ h) $60n \text{ rad}$
7. Dados los ángulos $\alpha = 35^{\circ}55'49''$ y $\beta = 59^{\circ}59'56''$. Calcula los ángulos:
- a) $\alpha + \beta$ d) $\frac{\alpha}{3}$
b) $\alpha - \beta$
c) 3α
8. Se sabe que el ángulo α de un triángulo rectángulo tiene la siguiente razón trigonométrica. Dibuja el triángulo:
- a) $\text{sen } \alpha = \frac{3}{5}$ d) $\text{cotg } \alpha = 1$
b) $\text{cos } \alpha = \frac{4}{5}$ e) $\text{sec } \alpha = 1$
c) $\text{tg } \alpha = 1$ f) $\text{cosec } \alpha = 2$
9. Calcula las restantes razones trigonométricas sabiendo que:
- a) $\text{cos } \alpha = \frac{4}{5}; 270^{\circ} \leq \alpha \leq 360^{\circ}$
b) $\text{sen } \alpha = \frac{3}{5}; 90^{\circ} \leq \alpha \leq 180^{\circ}$
c) $\text{tg } \alpha = \frac{3}{4}; 180^{\circ} \leq \alpha \leq 270^{\circ}$
d) $\text{cotg } \alpha = -2; 90^{\circ} \leq \alpha \leq 180^{\circ}$
e) $\text{sec } \alpha = 1; 270^{\circ} \leq \alpha \leq 360^{\circ}$
f) $\text{cosec } \alpha = -2; 180^{\circ} \leq \alpha \leq 270^{\circ}$
g) $\text{tg } \alpha = \frac{3}{4}; 0^{\circ} \leq \alpha \leq 90^{\circ}$
10. Expresar las siguientes razones trigonométricas en función de un ángulo del primer cuadrante:
- a) $\text{cos } (-120^{\circ})$ e) $\text{sen } (2700^{\circ})$
b) $\text{sen } (-30^{\circ})$ f) $\text{tg } (-275^{\circ})$
c) $\text{cotg } (-150^{\circ})$ g) $\text{sec } (-25^{\circ})$
d) $\text{cosec } (4420^{\circ})$ h) $\text{cotg } (4500^{\circ})$
11. Si $\text{tg } \alpha = \frac{3}{4}; 0^{\circ} \leq \alpha \leq 90^{\circ}$ calcula las siguientes razones trigonométricas:
- a) $\text{tg } (90^{\circ} - \alpha)$ e) $\text{tg } (180^{\circ} - \alpha)$
b) $\text{tg } (270^{\circ} - \alpha)$ f) $\text{tg } (-\alpha)$
c) $\text{tg } (90^{\circ} + \alpha)$ g) $\text{tg } (180^{\circ} + \alpha)$
d) $\text{tg } (270^{\circ} + \alpha)$ h) $\text{tg } (720^{\circ} + \alpha)$
12. Dado un ángulo α tal que $\text{COSEC } \alpha = \frac{2\sqrt{3}}{3}$, se pide:
- a) Hallad, aplicando identidades trigonométricas, $\text{sen } \alpha$, $\text{cos } \alpha$ y $\text{tg } \alpha$
b) Obtened, sin calculadora, de qué ángulo se trata.
13. Sabiendo que $\text{cotg } \alpha = 2$, hallar, mediante identidades trigonométricas, $\text{sen } \alpha$, $\text{cos } \alpha$ y $\text{tg } \alpha$ (No vale utilizar decimales) ¿De qué ángulo α se trata?. No se puede utilizar calculadora ni decimales.
14. Expresa en radianes el ángulo que forman las saetas de un reloj cuando señalan las 4.
15. En una circunferencia de 16 cm de radio, un arco mide 2 metros. Calcula su ángulo central correspondiente en grados sexagesimales y en radianes.
16. Comprobad la relación fundamental de las razones trigonométricas con los ángulos 30° , 45° y 60° sin utilizar calculadora.

17. ¿Cuántos radianes mide el ángulo interior de un decágono regular? ¿Y el de un pentágono?.
18. Expresa en radianes los ángulos interiores de los siguientes polígonos regulares: triángulo, cuadrado, octógono y dodecágono.
19. Simplificad las siguientes expresiones:

a) $\operatorname{sen} \alpha \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha}$

b) $\frac{\cos^2 \alpha}{1 - \operatorname{sen} \alpha}$

c) $\frac{\sec^2 \alpha + \cos^2 \alpha}{\sec^2 \alpha - \cos^2 \alpha}$

d) $\frac{\operatorname{cosec} \alpha}{1 + \operatorname{cotg}^2 \alpha}$

e) $\operatorname{sen}^3 \alpha + \operatorname{sen} \alpha \cos^2 \alpha$

f) $\cos^3 \alpha + \cos^2 \alpha \operatorname{sen} \alpha + \cos \alpha \operatorname{sen}^2 \alpha + \operatorname{sen}^3 \alpha$

20. Construye un ángulo cuyo seno sea el doble del coseno.

21. Comprueba si son verdaderas o falsas las siguientes igualdades:

a) $\frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{\operatorname{cotg} \alpha + \operatorname{cotg} \beta} = \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta$

b) $\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{cotg} \alpha = \sec \alpha \cdot \sec \alpha$

c) $\operatorname{sen}^2 \alpha - \cos^2 \beta = \operatorname{sen}^2 \beta - \cos^2 \alpha$

d) $\frac{\operatorname{sen} \alpha \cdot \cos \alpha}{\cos^2 \alpha - \operatorname{sen}^2 \alpha} = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}$

Resolución de triángulos rectángulos:

22. Resolved los siguientes triángulos rectángulos en A, aplicando, siempre que sea posible relaciones trigonométricas. Calculad también sus áreas:

a) $a=320 \text{ m}$, $B=47^\circ$

b) $b=32,8 \text{ cm}$, $B=22^\circ$

c) $a=42,5 \text{ m}$, $b=35,8 \text{ m}$

d) $b=8 \text{ mm}$, $c=6 \text{ mm}$

e) $c=42,7 \text{ dam}$, $C=31^\circ$

f) $a=8 \text{ km}$, $b=6 \text{ km}$

g) $a=13 \text{ m}$, $c=5 \text{ m}$

h) $c=124 \text{ dm}$, $B=67^\circ 21'$

i) $a=12,65 \text{ cm}$, $C=48^\circ 10'$

j) $a=75 \text{ m}$, $C=35^\circ$

k) $b=36$, $C=35^\circ$

l) $a=15 \text{ mm}$, $b=12 \text{ mm}$

m) $b=24 \text{ m}$, $c=8 \text{ m}$

n) $b=12 \text{ cm}$, $c=4 \text{ cm}$

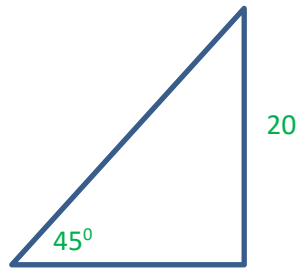
o) $b=212 \text{ m}$, $c=165 \text{ m}$

23. Resolver un triángulo rectángulo cuya hipotenusa mide 3 cm y uno de sus catetos 1 cm. Hallar su área.

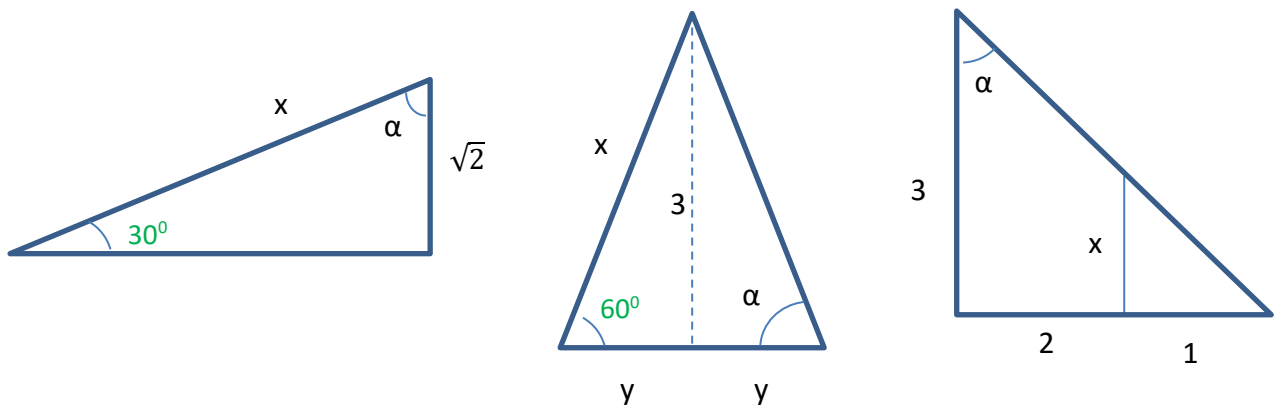
24. Hallar el valor del lado x en el siguiente triángulo rectángulo:



25. Hallar el valor del lado x en el siguiente triángulo rectángulo:

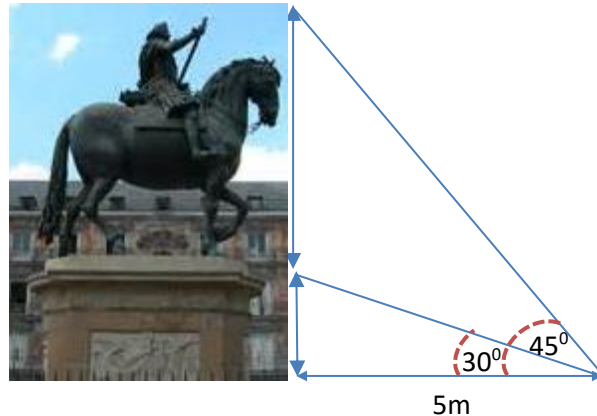


26. Hallad las incógnitas en los siguientes triángulos sin utilizar calculadora y dando los resultados racionalizados:

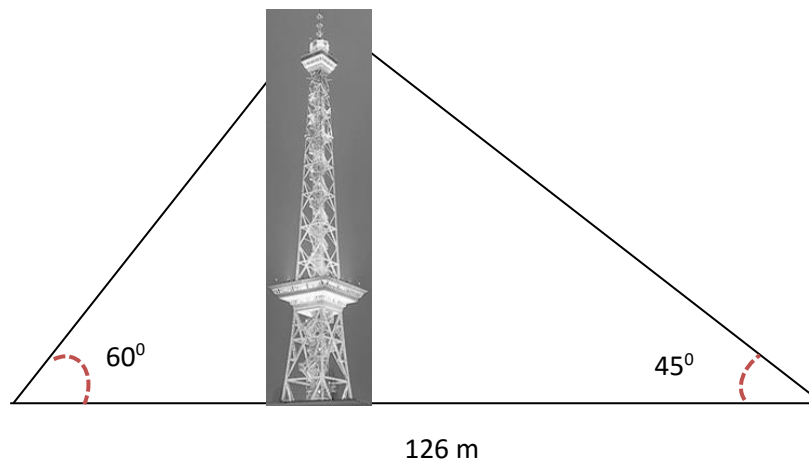


27. Demostrad que el lado del cuadrado inscrito en una circunferencia de radio r mide $r\sqrt{2}$.
28. Demostrad que el lado del triángulo equilátero inscrito en una circunferencia de radio r mide $r\sqrt{3}$.
29. Los lados iguales de un triángulo isósceles miden 20 cm. Cada uno de los ángulos iguales mide 25° . Resolved el triángulo y calculad su área.
30. Si el radio de un pentágono regular mide 10 cm, ¿cuánto mide el lado? ¿Cuál es su área?
31. Un carpintero quiere construir una escalera de tijera cuyos brazos, una vez abiertos a tope, formen un ángulo de 60° . Si la altura de la escalera, estando abierta, es de 2 metros, ¿qué longitud deberá tener cada brazo?
32. Un niño está haciendo volar su cometa. Ha soltado ya la totalidad del hilo, 47 m, y observa que el ángulo que forma la cuerda con el suelo es aproximadamente 45° . ¿A qué altura se encuentra la cometa?
33. Calcular la altura de una torre sabiendo que su sombra mide 13 m cuando los rayos del sol forman 50° con el suelo.
34. Determinar la superficie de un hexágono regular inscrito en un círculo de 9 cm de radio.
35. Un cerrajero quiere construir una escalera de tijera cuyos brazos, una vez abiertos, formen un ángulo de 60° . Si la altura de la escalera, estando abierta, es de 2 metros, ¿qué longitud debería tener cada brazo?

36. En un tramo de carretera la pendiente es del 6%. ¿Cuánto asciende un ciclista que recorra un kilómetro?
37. Una escalera de 4 metros está apoyada contra la pared. ¿Cuál será su ángulo de inclinación si su base dista 2 metros de la pared?
38. Calcular los ángulos de un rombo cuyas diagonales miden 12 y 8 cm. Desde un punto del suelo situado a 5 m de la base de un pedestal se ve la parte superior de éste bajo un ángulo de 30° , mientras que la parte superior de la estatua que descansa sobre él se ve bajo un ángulo de 45° (véase la imagen). Hallar la altura del pedestal y de la estatua.



39. Queremos conocer el ancho de un río y la altura de un árbol inaccesible que está en la orilla opuesta. Para ello nos situamos en la orilla del río y vemos la copa del árbol bajo un ángulo de 41° . A continuación retrocedemos 25 m y vemos ahora el árbol bajo un ángulo de 23° . Hallar el ancho del río y la altura del árbol.
40. Una antena está sujeta al suelo por dos cables de acero, como indica la figura. Calcular la altura de la antena y la longitud de los dos cables.



41. Desde un barco se ve la cima de un acantilado bajo un ángulo de 70° respecto a la horizontal. Al alejarse 100 m, el ángulo disminuye a 30° . Hallar la altura del acantilado.
42. Sobre un acantilado de 32 m de altura un observador divisa dos embarcaciones, bajo ángulos de 30° y 60° respecto a la vertical. Hallar la distancia que las separa.