



**Polinomios**

**2º ESO**

**IES  
LAS  
CANTERAS  
COLLADO VILLALBA**

# Expresiones algebraicas

Una expresión algebraica es cualquier combinación de números y letras relacionados por operaciones aritméticas: suma, resta, producto, división y potenciación.

## Ejemplos

Volumen del cubo de arista  $a$   $a^3$

Área del círculo de radio  $r$   $\pi r^2$

Diagonal de un rectángulo de lados  $a$  y  $b$   $\sqrt{a^2 + b^2}$

Cada una de las variables que intervienen en la expresión algebraica se denomina **variable** o **indeterminada**.

# Acerca de las expresiones algebraicas

- Cuando en una expresión algebraica no hay operación entre dos letras o un número y una letra, se entenderá que hay un producto.
- Los signos  $+$  y  $-$  en una expresión algebraica indican una operación no el signo de la expresión.
- Las propiedades de las operaciones que aparecen en una expresión algebraica tienen las mismas propiedades que las de los números que representan.

# Valor numérico

- El valor obtenido al evaluar una expresión numérica al sustituir cada una de sus valores se denomina valor numérico de la expresión para dichos valores.
- Dos expresiones algebraicas son equivalentes cuando tienen el mismo valor numérico para cualquier valor numérico asignado a las variables.

# Ejemplos

Volumen del cubo de arista **2 cm**

$$\text{Volumen} = a^3 = 2^3 = 8 \text{ cm}^3$$

Área del círculo de radio **5 m**

$$\text{Área} = \pi r^2 = \pi 5^2 = 25\pi \text{ metros cuadrados}$$

Diagonal de un rectángulo de lados **2 mm** y **3 mm**

$$d = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{4 + 9} = \sqrt{13} \text{ mm}$$

# Monomios

Un monomio es una **expresión algebraica** en el que las **únicas operaciones** con letras que intervienen son el **producto y la potenciación de exponente natural**.

Son monomios:

$$2a^3b^2$$

$$\frac{2}{3}yx^3$$

$$ab$$

No son monomios:

$$\sqrt{2a}$$

$$\frac{2x^3}{3y}$$

$$\sqrt[3]{ab}$$

# Elementos de un monomio

- Un monomio está formado por:
  - **Coficiente** Parte numérica del monomio
  - **Parte literal** formada por las letras junto con sus exponentes.
- El grado de un monomio es la suma de los exponentes de su parte literal.
- El grado de un monomio respecto de una variable es el grado de la variable.

# Ejemplos

$$2a^3b^2$$

Coeficiente **2**

Parte literal  **$a^3b^2$**

Grado **5**

Grado respecto de la variable **a 3**

Grado respecto de la variable **b 2**

$$7x^3$$

Coeficiente **7**

Parte literal  **$x^3$**

Grado **3**

Grado respecto de la variable **x 3**

# Monomios semejantes

- Dos monomios son semejantes cuando tienen la misma parte literal.
- Los monomios semejantes que tienen igual coeficiente son iguales.
- Los monomios semejantes que tienen coeficientes opuestos se dicen que son opuestos.

# Ejemplos

$2a^3b^2$  y  $5a^3b^2$  son semejantes

$2b^2a^3$  y  $7a^3b^2$  son semejantes

$2b^3a^2$  y  $7a^3b^2$  NO son semejantes

$7x^3$  y  $5x^3$  son semejantes

$x^3$  y  $5x^2$  NO son semejantes

# Polinomios

Un polinomio es una expresión algebraica compuesta por la suma o diferencia de dos o más monomios.

## Ejemplos

$$2a^3b^2 - 5b^2 + 3ab$$

Polinomio compuesto de 3 monomios

$$-2x^3 + 3$$

Polinomio compuesto de 2 monomios

# Definiciones

- **Término** cada uno de los monomios que componen un polinomio.
- **Grado** mayor grado de los términos que lo componen.
- **Término independiente** término de grado cero de un polinomio, de existir, se trata de un número.

Si el polinomio únicamente tiene una variable:

- **Término principal** término de mayor grado del polinomio.
- **Coefficiente principal** coeficiente del término de mayor grado.
- **Coefficiente de grado  $n$**  número que pertenece al término de grado  $n$  del polinomio.

# Ejemplos

$$2a^3b^2 - ab + 6$$

Términos :

De grado 5,  $2a^3b^2$

De grado 2,  $-ab$

De grado 0,  $6$

Grado **5**

Términos :

De grado 3,  $2x^3$

De grado 1,  $3x$

De grado 0,  $6$

Grado **3**

$$2x^3 + 3x + 6$$

$$-4t^4 + 3t^2 + t - 2$$

Términos De grado 4,  $-4t^4$

De grado 2,  $3t^2$

De grado 1,  $t$

De grado 0,  $-2$

Grado **4**

# Valor numérico de un polinomio

- El valor numérico de un polinomio se obtiene al sustituir cada una de sus variables por un valor.

## Ejemplo

$$P(t) = -4t^4 + 3t^2 - t - 2$$

$$P(2) = -4 \cdot 2^4 + 3 \cdot 2^2 - 2 - 2 = -64 + 12 - 2 - 2 = -56$$

$$P(-2) = -4 \cdot (-2)^4 + 3 \cdot (-2)^2 - (-2) - 2 = -64 + 12 + 2 - 2 = -52$$

# Suma (o resta) de monomios

## Son semejantes

La suma (o resta) es otro *monomio* semejante.

El coeficiente del monomio resultante es la suma (o resta) de los coeficientes de los monomios.

### Ejemplos

$$\begin{aligned}2a^3b^2 + 5a^3b^2 &= (2 + 5)a^3b^2 \\ &= 7a^3b^2\end{aligned}$$

$$2x^3 - 5x^3 = (2 - 5)x^3 = -3x^3$$

$$\begin{aligned}-2t^2 + 2t^2 &= (-2 + 2)t^2 = \\ &= 0t^2 = 0\end{aligned}$$

## No son semejantes

La suma (o resta) es un *polinomio* formado por la suma (o resta) de ambos monomios.

### Ejemplos

$$2a^2b^2 + 5a^3b^3$$

$$2x^3 - 5x^2$$

# Suma (o resta) de polinomios

La suma (o resta) de polinomios, es otro polinomio, formado por los monomios semejantes que han sido reducidos y el resto de monomios no semejantes.

**Ejemplo**

$$P(t) = -4t^4 + 3t^2 - t - 2$$

$$Q(t) = 2t^4 + 3t + 5$$

$$P(t) + Q(t) = (-4 + 2)t^4 + 3t^2 + (-1 + 3)t - 2 + 5 = -2t^4 + 3t^2 + 2t + 3$$

# Ejemplos

$$P(x) = 2x^2 - 5x + 1$$

$$Q(x) = x^2 - 7x - 3$$

$$P(x) - Q(x) = x^2 + 2x + 4$$

$$R(x) = 3x^2 - 1$$

$$S(x) = x^3 - 7x - 5x^2 - 3$$

$$R(x) + S(x) = x^3 - 2x^2 - 7x - 4$$

$$T(x) = 3x^2 - x^3$$

$$U(x) = x^3 - 5x^2 + x - 3$$

$$T(x) + U(x) = -2x^2 + x - 3$$

# Producto de monomios

El producto de dos monomios es otro monomio que:

Como coeficiente el producto de los coeficientes

La parte literal estará compuesto por las partes literales de los monomios, los exponentes de las variables que comparten ambos monomios se habrán sumado.

**Ejemplo**

$$-2xy^2t^4 \cdot 3xt^2 = -6x^2y^2t^6$$

$$2x^4 \cdot 5x^2 = 10x^6$$

$$\frac{1}{4}xy^2 \cdot \frac{3}{5}x = \frac{3}{20}x^2y^2$$

# Producto de polinomios

El producto de dos polinomios es otro polinomio que resulta de multiplicar cada uno de los términos del primero por cada uno de los términos del segundo, reduciendo luego los términos semejante.

## Ejemplos

$$3x \cdot (x - 2y) = 3x^2 - 6xy$$

$$x^2 \cdot (3x - 1) = 3x^3 - x^2$$

$$(2xy - 3x^2)(3x + 2y) = 6x^2y + 4xy^2 - 9x^3 - 6x^2y = 4xy^2 - 9x^3$$

# Ejemplos

$$P(x) = 2x^3 - 5x + 1$$

$$Q(x) = x^2 - 7x - 3$$

Cuando los polinomios tienen muchos términos, podemos realizar el producto utilizando la siguiente disposición.

$$\begin{array}{r} 2x^3 \qquad -5x \qquad +1 \\ \qquad \qquad x^2 -7x \qquad -3 \\ \hline -6x^3 \qquad +15x \qquad -3 \\ -14x^4 \qquad +35x^2 -7x \\ 2x^5 \qquad -5x^3 \qquad +x^2 \\ \hline 2x^5 -14x^4 -11x^3 +36x^2 +8x -3 \end{array}$$

# Productos notables

$$(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$$

$$(x + 2y)^2 = x^2 + 4y^2 + 4xy$$

$$(3x + 2y^2)^2 = 9x^2 + 4y^4 + 12xy^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$$

$$(x - 2y)^2 = x^2 + 4y^2 - 4xy$$

$$(3x - 2y^2)^2 = 9x^2 + 4y^4 - 12xy^2$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

$$(x + 2y)(x - 2y) = x^2 - 4y^2$$

$$(3x - 2y^2)(3x + 2y^2) = 9x^2 - 4y^4$$