

Cuarta semana

1. Simplifica: $\frac{x^3+2x^2-5x-6}{x^3-2x^2+x-2}$

Solución

Factorizamos ambos polinomios:

$$x^3 + 2x^2 - 5x - 6 = (x + 1)(x + 3)(x - 2)$$

$$x^3 - 2x^2 + x - 2 = (x - 2)(x^2 + 1)$$

$$\frac{x^3 + 2x^2 - 5x - 6}{x^3 - 2x^2 + x - 2} = \frac{(x + 1)(x + 3)(x - 2)}{(x - 2)(x^2 + 1)} = \frac{(x + 1)(x + 3)}{(x^2 + 1)}$$

2. $x^3 - 2x^2 - 4x + 8 = 0$

Solución

Busquemos una raíz entera del polinomio (los candidatos son los divisores del término independiente):

$$(x - 2)(x^2 - 4) = 0 ; (x - 2)^2(x + 2) = 0$$

Por tanto, las únicas soluciones son $x = 2$ y $x = -2$.

3.
$$\begin{cases} 3x - y - z = -5 \\ 6x + 9y - 2z = 1 \\ 2x + y + 2z = 0 \end{cases}$$

Solución

Se trata de un sistema lineal de 3 ecuaciones con tres incógnitas, que resolveremos por el método de Gauss.

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & -1 & -5 \\ 6 & 9 & -2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 & 0 \end{pmatrix} \text{Transformaciones: } \begin{cases} 2E_1 - E_2 \rightarrow E_2 \\ E_2 - 3E_3 \rightarrow E_3 \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & -1 & -5 \\ 0 & -11 & 0 & -11 \\ 0 & 6 & -8 & 1 \end{pmatrix}$$

Podemos observar que no necesitamos hacer más transformaciones pues en la segunda ecuación podemos calcular el valor de y .

$$y = 1 ; z = \frac{5}{8} ; x = -\frac{9}{8}$$

4. En un hotel hay habitaciones en tres pisos. Si en total hay 30 habitaciones y sabemos que el número de habitaciones en los pisos son números consecutivos, calcula el número de habitaciones por piso.

Solución

Asignemos el significado a la variable que utilizaremos:

$x \equiv$ número de habitaciones en el piso que menos tiene

$$x + x + 1 + x + 2 = 30 ; 3x + 3 = 30 ; x + 1 = 10 ; x = 9$$

Por tanto, la solución es 9, 10 y 11 habitaciones.