

INSTRUCCIONES: Lea con atención y detenimiento los enunciados de las cuestiones, y responda de manera razonada a los puntos concretos que se pregunten.

DURACIÓN DEL EJERCICIO: Una hora y treinta minutos.

CALIFICACIÓN: Cada cuestión se calificará de 0 a 2 puntos, con un total máximo de 10. En el caso de cuestiones con dos apartados, cada uno se valorará con un máximo de 1 punto.

Problema 1

a) Calcular el rango de la matriz

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & \lambda \end{pmatrix}$$

distinguiendo casos en función del valor del parámetro λ .

b) Determinar el número de soluciones del sistema

$$\begin{cases} 2x + y - z = 1 \\ x + z = 0 \\ x + y + \lambda z = 0 \end{cases}$$

distinguiendo casos en función del valor del parámetro λ .

Problema 2

a) Decidir si el punto $p = (-4, 2, 1)$ pertenece a la recta de ecuaciones $\frac{x}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{3}$.

b) Hallar la ecuación de un plano que pase por $q = (0, 1, 1)$ y sea perpendicular a la recta $\frac{x}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{3}$.

Problema 3

Calcular $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-2x} - \cos x}{x}$.

Problema 4

Calcular la integral $\int \frac{x}{e^x} dx$.

Problema 5

El 10 % de las bombillas salen con un defecto de fábrica. Además, el 75 % de las bombillas defectuosas se funden la primera vez que son encendidas, mientras que eso no le sucede a ninguna bombilla no defectuosa.

a) Hallar la probabilidad de que una bombilla elegida aleatoriamente se funda al encenderla la primera vez.

b) Si se tiene una bombilla nueva (tomada aleatoriamente) que no se funde al encenderla la primera vez, ¿cuál es la probabilidad de que se trate de una bombilla no defectuosa?

SOLUCIONES Y CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

Problema 1.

- a) Por decir que el rango es siempre al menos dos: 0,5 puntos. Por distinguir que si $\lambda = -2$ el rango es dos y si no es tres: 0,5 puntos
 b) Por decir que si λ no es -2 hay solución única: 0,5 puntos. Por decir que para $\lambda = -2$ no hay solución: 0,5 puntos.

Problema 2.

- a) No pertenece (no verifica las ecuaciones): 1 punto.
 b) Por decir que ese plano tiene vector normal $(2, -1, 3)$ (ó que su ecuación es de la forma $2x - y + 3z + D = 0$): 0,5 puntos. Por hallar la ecuación usando que pasa por q (sale $2x - y + 3z - 2 = 0$): 0,5 puntos.

Problema 3.

Por saber que hay una indeterminación del tipo $\frac{0}{0}$ y que hay que hacer algo más: 0,5 puntos. Por calcularlo correctamente, por la regla de l'Hospital o por otro método, obteniendo la respuesta correcta (que es -2): 1,5 puntos.

Problema 4.

Planteamiento correcto (integración por partes o cualquier otro): 0,5 puntos. Resolución correcta (obteniendo como respuesta $-xe^{-x} - e^{-x} + C$): 1,5 puntos.

Problema 5.

- a) Planteamiento correcto, interpretando los porcentajes del enunciado como probabilidades ó probabilidades condicionadas: 0,5 puntos. Resolución correcta, quizá mencionando la fórmula de la probabilidad total (resultando probabilidad $0,1 \cdot 0,75 + 0,9 \cdot 0 = 0,075$): 0,5 puntos.
 b) Planteamiento correcto, identificando la probabilidad pedida como probabilidad condicionada: 0,5 puntos. Resolución correcta por la fórmula de Bayes o por cualquier otro método (resultando probabilidad $\frac{0,9}{0,925} \simeq 0,973$): 0,5 puntos.