



UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID  
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD  
PARA LOS MAYORES DE 25 AÑOS  
AÑO 2013

FASE  
ESPECÍFICA

MATERIA: MATEMÁTICAS

INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

INSTRUCCIONES : El alumno contestará a los cuatro ejercicios de una de las dos opciones (A o B) que se le ofrecen. Nunca deberá contestar a unos ejercicios de una opción y a otros ejercicios de la otra opción. En cualquier caso, la calificación se hará sobre lo respondido a una de las dos opciones. No se permite el uso de calculadoras gráficas ni simbólicas. **Las respuestas deben estar debidamente justificadas.**

PUNTUACIÓN : La puntuación total es 10 puntos, repartidos conforme se indica en el enunciado de cada ejercicio.

TIEMPO : 1 hora y 30 minutos.

OPCIÓN A

1) (2,5 puntos)

a) Discutir el sistema de ecuaciones lineales siguiente en función del valor de  $a$ :

$$\left. \begin{array}{l} 2x + ay + z = 5 - a \\ x - 2y + 2z = 2 \\ 3x + 2y + 3z = 3 \end{array} \right\}$$

b) Resolver el sistema si  $a = 4$

2) (2,5 puntos) Sea el punto  $P = (1, 0, 1)$  en  $\mathbb{R}^3$  y el plano  $H : 4x - 2y + z = 1$ . Se pide:

a) Calcular la distancia de  $P$  a  $H$

b) Calcular el punto  $P'$ , simétrico de  $P$  respecto de  $H$ , y la distancia entre  $P$  y  $P'$

3) (3 puntos)

a) Calcular los valores de  $a$  y  $b$  para que la función definida a continuación sea continua y derivable en todos los puntos de su dominio:

$$f(x) = \{3x + 3, \text{ si } x < 0; ax^2 + bx + 3, \text{ si } 0 \leq x \leq 1; ax + 6, \text{ si } x > 1\}$$

b) Estudiar el crecimiento de  $f$  en el intervalo  $[0, 1]$  para los valores de  $a$  y  $b$  hallados.

4) (2 puntos) Calcular los límites siguientes:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cos x}{\sin x + x \cos x}; \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{4x - 8}{\sqrt{4 - x^2}}$$

## OPCIÓN B

1) (2,5 puntos)

a) Demostrar que la matriz  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$  es invertible sin calcular la inversa.

b) Calcular la inversa de la matriz del apartado anterior

c) Discutir en función del valor de  $a$  el sistema siguiente y resolverlo cuando sea posible:

$$\left. \begin{array}{l} x + 2y = a \\ 2x + y + 3z = 1 \\ 2y + z = 1 \end{array} \right\}$$

2) (2,5 puntos)

a) Se considera el plano  $H : ax + 2y + z = 2$  donde  $a$  es un número real. Sea  $l$  la recta dada por

$$\left. \begin{array}{l} x = 2t + 1 \\ y = 2t + 3 \\ z = t - 2 \end{array} \right\}$$

Calcular los valores que puede tomar  $a$  para que  $l$  y  $H$  sean paralelas y los valores que puede tomar  $a$  para que  $l$  y  $H$  sean perpendiculares

b) Si  $a = -5/2$ , calcular la distancia de  $l$  a  $H$ .

3) (2 puntos)

Dada la función  $f(x) = \frac{x^2+2}{x^2-2x-3}$ , hallar sus asíntotas, si existen, calcular sus máximos y mínimos y hacer un esbozo de su gráfica.

4) (3 puntos)

Dada la función  $f(x) = x^3 - 3x - 2$  se pide:

- Determinar los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función  $f$ .
- Hallar los cortes con los ejes de la gráfica y los puntos de inflexión de  $f$ .
- Obtener la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función  $f$  en el punto de abscisa  $x = 0$  y en el punto  $x = -1$ .
- Hallar el área de la región plana acotada limitada por la gráfica de la función  $f$  y por el eje de abscisas entre los puntos de abscisa  $x = -1$  y  $x = 0$ .

## CRITERIOS ESPECIFICOS DE CORRECCION

### MATEMÁTICAS II

#### OPCIÓN A

1) (**Puntuación máxima: 2,5 puntos**) Se puntuará con 0,5 puntos el cálculo del rango de la matriz de coeficientes y con 1 punto el cálculo del rango de la matriz ampliada y consiguiente discusión. El apartado b) vale 1 punto (pueden elegir el método de resolución que quieran).

2) (**Puntuación máxima: 2,5 puntos**) El apartado a) vale 0,5 puntos ya que simplemente tienen que aplicar la fórmula y el apartado b) vale 2 puntos: 1,5 para el cálculo del simétrico y 0,5 para la distancia entre el punto y su simétrico.

3) (**Puntuación máxima: 3 puntos**) 2 puntos el primer apartado y 1 punto el segundo apartado

4) (**Puntuación máxima: 2 puntos**) 1 punto cada límite

#### OPCIÓN B

1) (**Puntuación máxima: 2,5 puntos**) Se puntuarán 0,5 puntos por demostrar que la matriz es invertible y 0,75 puntos por calcular su inversa. Se puntuará con 1,25 puntos el apartado c) 0,5 la discusión y 0,75 la resolución

2) (**Puntuación máxima: 2,5 puntos**) Se puntuará con 0,75 puntos el cálculo de los valores de  $a$  para que la recta y el plano sean paralelos y con 0,75 el cálculo de los valores de  $a$  para que la recta y el plano sean perpendiculares. Se puntuará con 1 punto el apartado b)

3) (**Puntuación máxima: 2 puntos**) 0,75 puntos para el cálculo de las asíntotas, 0,5 para el cálculo de máximos y mínimos y 0,75 puntos para la gráfica

4) (**Puntuación máxima: 3 puntos**) El apartado a) vale 0,75 puntos, el apartado b) vale 0,5 puntos, el apartado c) vale 0,75 y el d) 1 punto.