UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID

PRUEBA DE ACCESO PARA MAYORES DE 25 AÑOS

Curso 2012-2013

MATERIA: MATEMÁTICAS

INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

Estructura de la prueba: la prueba se compone de dos opciones "A" y "B", cada una de las cuales **consta de cuatro o cinco preguntas** que, a su vez, comprenden varias cuestiones. Sólo se podrá contestar una de las dos opciones, desarrollando íntegramente su contenido. En el caso de mezclar preguntas de ambas opciones la prueba será calificada con 0 puntos.
Puntuación: la calificación máxima total será de 10 puntos, estando indicada en cada pregunta su puntuación parcial.
Tiempo: 1 hora y 30 minutos.

OPCIÓN **A**

Ejercicio 1

a) (1 punto) Hallar los valores del parámetro *a* para los que la siguiente matriz es invertible:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & a \end{pmatrix}$$

b) (2 puntos) Calcular la matriz inversa de la matriz $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ y resolver la siguiente ecuación matricial o, lo que es lo mismo, calcular los valores de *x, y, z* y *u* para los que es cierta la siguiente igualdad:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x & y \\ z & u \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Ejercicio 2

a) (1 punto) Determinar si son secantes o no el plano $\pi_1 \equiv x - y + 1 = 0$ y la recta *r* determinada por los puntos $P(0,-1,1)$ y $Q(-1,-1,-1)$.

b) (1 punto) Hallar la ecuación del plano que contiene a la recta *r* del apartado anterior y al punto $P(0,1,0)$.

c) (1 punto) Hallar la ecuación del plano paralelo a $\pi_1 \equiv 2x + y + z - 2 = 0$ y que pasa por el punto $P(0,0,1)$.

Ejercicio 3

Dada la función $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ definida por:

$$f(x) = \begin{cases} e^x - x & si\ x \le 0 \\ \dfrac{2x^2+3}{2x^2-7x+5} & si\ x > 0 \end{cases}$$

a. (1 punto) Estudia su continuidad.

b. (1 punto) Calcula $\lim_{x \to -\infty} f(x)$.

c. (1 punto) Calcula $\lim_{x \to \infty} f(x)$.

Ejercicio 4

(1 punto) Hallar los valores de *x* para los que el siguiente determinante es igual a cero:

$$\begin{vmatrix} x^2 & x & 2 \\ -4 & -2 & 3 \\ 2 & 1 & -4 \end{vmatrix}$$

OPCIÓN **B**

Ejercicio 1

(2 puntos) Hallar las coordenadas del punto simétrico del punto (-2,2) respecto de la recta de ecuación $x = y$. Haz un dibujo y razona la respuesta.

Ejercicio 2

a) (1 punto) Hallar las ecuaciones paramétricas de la recta *r* intersección de los planos

$$\pi_1 \equiv 2x + y - 1 = 0 \quad \text{y} \quad \pi_2 \equiv -y + z = 0$$

b) (2 punto) Determinar la posición relativa (es decir, si se cortan en un punto, se cruzan, son paralelas o son coincidentes) de la recta *s* que pasa por los puntos $P(1,1,0)$ y $Q(0,1,1)$ y la recta *r* del apartado anterior.

Ejercicio 3

(1 punto) Calcular el valor del parámetro *a* para que sea continua la función $f:\mathbf{R} \to \mathbf{R}$ definida por:

$$f(x) = \begin{cases} xe^x - 1 & si\ x \le 0 \\ 2a - x^2 & si\ x > 0 \end{cases}$$

Ejercicio 4

Calcular los siguientes límites:

a) (1 punto) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{2x^2-1 \;^{2}\;\; x+1 \;^{2}}{x^6-2}$ b) (1 punto) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{4x^2-3x}{2x^2-5x+9}$

Ejercicio 5

(2 puntos) Determinar si la siguiente matriz es invertible o no y, en caso afirmativo, calcular su matriz inversa:

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$$

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN Y GUIÓN DE RESPUESTAS

OPCIÓN A:

Ejercicio 1

a) **Solución**: Es invertible para $a \neq 1$.

Planteamiento y razonamiento correctos: 0,5 puntos.

Solución correcta: 0,5 puntos.

b) **Solución**: La inversa es $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ y la solución es $\begin{pmatrix} x & y \\ z & u \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$.

Planteamiento y razonamiento correctos: 1 punto.

Solución correcta: 1 punto.

Ejercicio 2

a) **Solución**: Son secantes en el punto $(-2,-1,-3)$.

Planteamiento y razonamiento correctos: 0,5 puntos.

Solución correcta: 0,5 puntos.

b) **Solución**: $\pi \equiv \begin{vmatrix} x & y-1 & z \\ -1 & 0 & -2 \\ 0 & 2 & -1 \end{vmatrix} = 0$.

Planteamiento y razonamiento correctos: 0.5 puntos.
Solución correcta: 0.5 puntos
c) **Solución**: $\pi \equiv 2x + y + z - 1 = 0$.
Planteamiento y razonamiento correctos: 0.5 puntos.
Solución correcta: 0.5 puntos.

Ejercicio 3

a) **Solución**: La función no es continua en $x = 0$. Es continua en el resto de los puntos para los que está definida.

Planteamiento y razonamiento correctos: 0,5 puntos.

Solución correcta: 0,5 puntos.

b) Solución: $\lim_{x \to (-\infty)} \mathbf{e}^x - x = \infty$.

Planteamiento y razonamiento correctos: 0.5 puntos.

Solución correcta: 0.5 puntos.

c) Solución: $\lim_{x \to \infty} \frac{2x^2 + 3}{2x^2 - 7x + 5} = 1$

Planteamiento y razonamiento correctos: 0.5 puntos.
Solución correcta: 0.5 puntos

Ejercicio 4

Solución: El determinante es igual a cero para $x = 0, x = 2.$

Planteamiento y razonamiento correctos: 0.5 puntos.
Solución correcta: 0.5 puntos.

OPCIÓN B:

Ejercicio 1

a) **Solución**: $S=(2,-2)$.

Planteamiento y razonamiento correctos: 1 punto.

Solución correcta: 1 punto.

Ejercicio 2

a) **Solución**: $r\equiv x=t, y=-2t+1; z=-2t+1$.

Planteamiento y razonamiento correctos: 0,5 puntos.

Solución correcta: 0,5 puntos.

b) **Solución**: Las rectas se cortan en el punto $P=(0,1,1)$.

Planteamiento y razonamiento correctos: 1 punto.
Solución correcta: 1punto.

Ejercicio 3

Solución: La función es continua para $a=-\frac{1}{2}$.

Planteamiento y razonamiento correctos: 0.5 puntos.
Solución correcta: 0.5 puntos.

Ejercicio 4

Soluciones:

a) $\lim_{x\to\infty}\frac{(2x^2-1)^2(x+1)^2}{x^6-2}=4$ b) $\lim_{x\to 0}\frac{4x^2-3x}{2x^2-5x+9}=0$.

Planteamiento y razonamiento correctos de cada apartado: 0.5 puntos.

Solución correcta de cada apartado: 0.5 puntos.

Ejercicio 5

Solución: La matriz es invertible. Su matriz inversa es $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -5 & 3 \end{bmatrix}$

Planteamiento y razonamiento correctos: 1 punto.

Solución correcta: 1 punto.