



INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

Instrucciones: El alumno contestará a los cuatro ejercicios de una de las dos opciones que se le ofrecen (A o B) y sólo a una. Debe dar respuestas concisas y justificar los argumentos empleados.

Valoración: La puntuación de cada ejercicio, así como la de cada apartado, se indica en el encabezamiento de los mismos.

Tiempo: 90 minutos.

OPCIÓN A

Ejercicio 1 (3 ptos.) Considere el siguiente sistema de ecuaciones lineales dependiente del parámetro a .

$$\begin{cases} 3x - y + 2z = 1 \\ x + 4y + z = 3a \\ 2x - 5y + az = -2. \end{cases}$$

- a) **1 pto.** Analizar las soluciones del sistema según los valores del parámetro a .
- b) **1 pto.** Indicar los valores del parámetro a para los cuales la matriz de coeficientes es invertible.
- c) **1 pto.** Indicar los valores del parámetro a para los cuales la matriz de coeficientes es simétrica.

Ejercicio 2 (3 ptos.) Para la elaboración de dos productos A y B se requieren dos máquinas, M_1 y M_2 . Un kg del producto A necesita 2 horas de trabajo de la máquina M_1 y 1.5 horas de la máquina M_2 . 1 kg del producto B necesita 3 horas en M_1 y 1 hora en M_2 . Cada máquina está en funcionamiento un máximo de 40 horas semanales. Por cada kg de A se obtiene un beneficio de 250 euros, mientras que por cada kg del producto B se obtiene un beneficio de 150 euros. Cuántos kg de A y cuántos de B deben fabricarse semanalmente para que el beneficio sea máximo?

Ejercicio 3 (2 ptos.) Considere la función $f(x) = 3x^2 + 12x + 1$.

- a) **1 pto.** Determinar los intervalos donde la curva es creciente y donde la curva es convexa.
- b) **1 pto.** Calcular el área limitada en el primer cuadrante por la gráfica de la función y la recta $y = x + 15$.

Ejercicio 4 (2 ptos.) Una empresa de refrescos necesita conocer con precisión el contenido medio de las latas producidas. La variable X , que expresa la cantidad de bebida en cada envase, sigue una distribución normal con desviación típica 3.2 ml. Observando el contenido de 36 latas se concluyó que en promedio hay 257.3 ml por lata. Construya un intervalo de confianza al 95 % para el contenido medio de bebida en cada una de las latas.

OPCIÓN B

Ejercicio 1 (3 ptos.)

Considere la siguiente matriz.

$$A = \begin{pmatrix} 4/5 & 0 & -3/5 \\ 3/5 & 0 & 4/5 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

a) 1 pto. Una matriz A es ortogonal si $A^T A = I$. Es A ortogonal?

b) 1 pto. Resolver el sistema

$$A \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

c) 1 pto. Calcular la inversa de A si existe.

Ejercicio 2 (2 ptos.)

El 20% de los empleados de una empresa son ingenieros y otro 20% son economistas. El 75% de los ingenieros ocupan un puesto directivo y el 50% de los economistas también, mientras que dentro del resto de los empleados solamente el 20% ocupa un puesto directivo. Cuál es la probabilidad de que un empleado con un puesto directivo que ha sido elegido al azar sea ingeniero?

Ejercicio 3 (3 ptos.)

Considere la función dependiente del parámetro a .

$$f(x) = \begin{cases} x + 1 & \text{si } x \leq 1 \\ 3 - ax^2 & \text{si } x > 1. \end{cases}$$

a) 1 pto. Analizar continuidad de la función cuando $a = 0$.

b) 1 pto. Para qué valores de a la función es continua.

c) 1 pto. Calcular $\int_0^1 f(x)dx$.

Ejercicio 4 (2 ptos.)

Se midieron las estaturas de una población obteniéndose una media poblacional de 170 cm. y una desviación típica de 10 cm. Suponiendo que la variable estatura se distribuye normalmente.

a) 1 pto. Calcular qué porcentaje de la población mide entre 160 cm y 190 cm.

b) 1 pto. Cuál es la estatura superada por el 90% de la población?