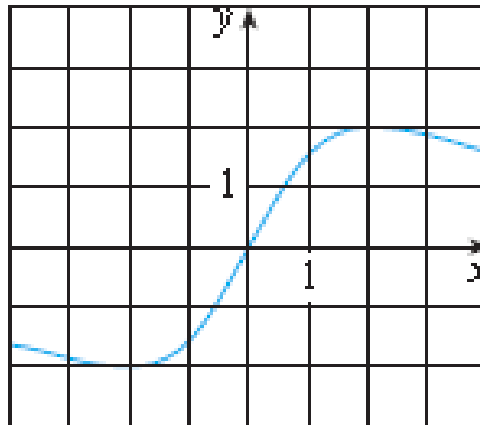


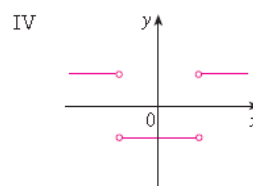
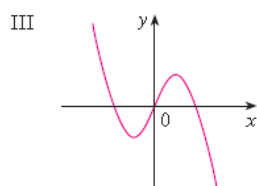
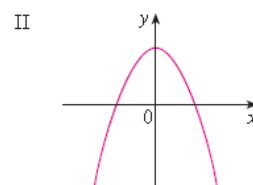
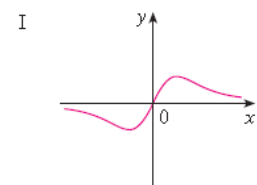
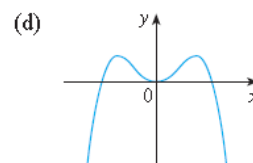
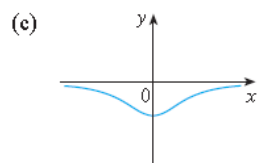
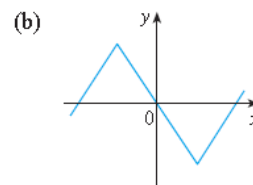
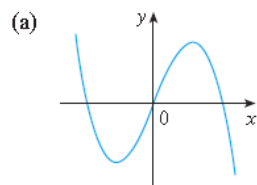
## Derivadas

1. Utiliza la gráfica de la función para calcular de forma aproximada el valor de la derivada en cada uno de los siguientes valores:

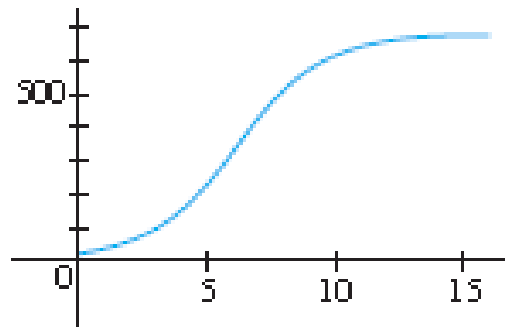
- $f'(-3)$
- $f'(-2)$
- $f'(-1)$
- $f'(0)$
- $f'(1)$
- $f'(2)$
- $f'(3)$



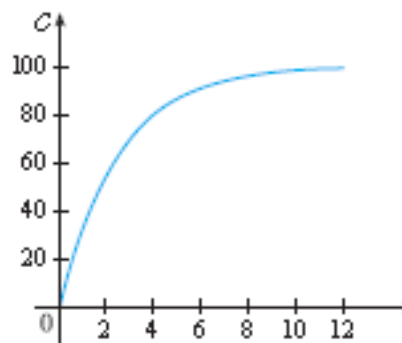
2. Relaciona cada una de los gráficos de funciones (etiquetados de la a a la d), con el gráfico de la función derivada (etiquetadas de I hasta IV).



3. El siguiente gráfico muestra la función de la evolución de una población de células en un cultivo de laboratorio. Crear un gráfico para la derivada de la función  $P(x)$ . ¿Qué podemos deducir de  $P(x)$  a partir del gráfico de su función derivada?

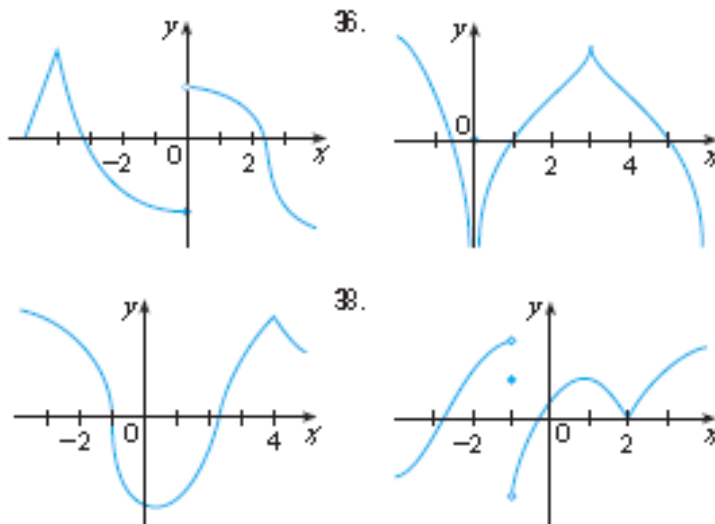


4. Una batería recargable se conecta a un cargador. El gráfico de  $C(t)$  muestra el porcentaje de la capacidad total que la batería alcanza en función del tiempo transcurrido.
- ¿Cuál es el significado de la derivada de la función?
  - Esboza el gráfico de  $C'(t)$ . ¿Qué nos indica el gráfico?



5. Calcula la derivada de la función utilizando la definición de derivada. Calcula el dominio de la función y de la función derivada.
- $f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{1}{3}$
  - $f(x) = x^2 - 2x^3$
  - $f(x) = \sqrt{9-x}$
  - $f(x) = \frac{1-2x}{3+x}$
  - $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$

6. Indicar donde no son derivables las siguientes funciones, cuyas gráficas se encuentran representadas a continuación:



7. Sea la función  $f(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ 5 - x & 0 < x < 4 \\ \frac{1}{5-x} & x \geq 4 \end{cases}$ . ¿Es derivable la función en  $x = 4$ ? ¿Dónde es discontinua? ¿Dónde no es derivable?.

8. Calculad mediante el uso de las reglas de derivación, las derivadas de las siguientes funciones:

a.  $f(x) = 2^{40}$

b.  $f(x) = \frac{3}{4}x^8$

c.  $f(t) = 2 - \frac{2}{3}t$

d.  $f(x) = x^3 - 4x + 6$

e.  $f(t) = \frac{1}{2}t^6 - 3t^4 + t$

f.  $f(x) = x^2(1 - 2x)$

g.  $f(x) = (x - 2)(2x + 3)$

h.  $f(x) = 2x^{-\frac{3}{4}}$

i.  $f(x) = 3t^{-6}$

j.  $f(x) = -\frac{12}{x^5}$

k.  $f(x) = x^{\frac{5}{3}} - x^{\frac{2}{3}}$

l.  $f(x) = \sqrt{x} - x$

m.  $f(x) = (3x + 1)^2$

n.  $f(x) = \sqrt{x}(x - 1)$

o.  $f(x) = \frac{x^2 + 4x + 3}{\sqrt{x}}$

p.  $f(x) = \frac{x + \sqrt{x}}{x^2}$

q.  $f(x) = (x + x^{-1})^3$

r.  $f(x) = \sqrt{2}x + \sqrt{3}x$

s.  $f(x) = \sqrt[5]{x} + 4\sqrt{x^5}$

t.  $f(x) = \left(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^2$

9. Calculad mediante el uso de las reglas de derivación, las derivadas de las siguientes funciones:

a.  $f(x) = (2x^3 + 3)(x^4 - 2x)$

b.  $f(x) = (1 + x + x^2)(2 - x^4)$

c.  $f(x) = \left(\frac{1}{x^2} - \frac{3}{x^4}\right)(x + 5x^3)$

d.  $f(x) = (x^3 - 2x)(x^{-4} + x^{-2})$

e.  $f(x) = \frac{1+2x}{3-4x}$

f.  $f(x) = \frac{x-3}{x+3}$

g.  $f(x) = \frac{x^3}{1-x^2}$

h.  $f(x) = \frac{x^3 - 2x\sqrt{x}}{x}$

i.  $f(x) = \frac{2x}{2+\sqrt{x}}$

j.  $f(x) = \sqrt[3]{x}(x^2 + x + x^{-1})$

k.  $f(x) = \frac{x}{x + \frac{1}{x}}$

l.  $f(x) = \frac{3x}{1+3x}$

m.  $f(x) = \frac{x^6 - 2x^3 + 5}{x^2}$

10. Calculad las derivadas de las siguientes funciones:

a.  $f(x) = (x^4 + 3x^2)^5$

b.  $f(x) = \sqrt{1 - 2x}$

c.  $f(x) = \frac{1}{x^2+1}$

d.  $f(x) = (2x - 3)^4(x^2 + x + 1)^5$

e.  $f(x) = (x^2 + 1)^3(x^2 + 2)^6$

f.  $f(x) = (x + 1)^{\frac{2}{3}}(2x^2 - 1)^3$

g.  $f(x) = \left(\frac{x^2+1}{x^2-1}\right)^3$

h.  $f(x) = \sqrt{\frac{x-1}{x+1}}$

i.  $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$

j.  $f(x) = (x^2 + (1 - 3x)^5)^3$

k.  $f(x) = \sqrt{x + \sqrt{x}}$

l.  $f(x) = (4x - x^2)^6$

m.  $f(x) = (3x - 1)^4(2x + 1)^{-3}$

n.  $f(x) = \sqrt{\frac{x^2+1}{x^2+4}}$

o.  $f(x) = \frac{x}{\sqrt{7-3x}}$

p.  $f(x) = \frac{(x-1)^4}{(x^2+2x)^5}$

q.  $f(x) = \left(\frac{x}{x^3+1}\right)^6$

r.  $f(x) = \sqrt{\frac{x}{x^2+4}}$

s.  $f(x) = \sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}}$

11. Calculad las derivadas de las siguientes funciones:

a.  $f(x) = (x^3 + x^2)^4$

b.  $f(x) = \frac{x^2 - x + 2}{\sqrt{x}}$

c.  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt[5]{x^3}}$

d.  $f(x) = \left(x + \frac{1}{x^2}\right)^{\sqrt{7}}$

e.  $f(x) = \frac{x^4 - 1}{x^4 + 1}$

f.  $f(x) = (1 - x^{-1})^{-1}$

g.  $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x + \sqrt{x}}}$

h.  $f(x) = \frac{(x+2)^4}{x^4 + 16}$

i.  $f(x) = \frac{(x-1)(x-4)}{(x-2)(x-3)}$

12. Si  $f(x) = x\sqrt{5-x}$

a. Calcula  $f'(x)$

b. Calcula las ecuaciones de las rectas tangentes en los puntos (1,2) y (4,4).

13. Encuentra la función de la forma  $f(x) = ax^2 + bx + c$  tal que el punto (1,2) pertenece a la gráfica de la función y cuyas rectas para  $x = -1$  y  $x=5$  tienen pendientes 6 y -2 respectivamente.

14. ¿Cuántas líneas tangentes a la gráfica de la función  $f(x) = \frac{x}{(x+1)}$  pasa por el punto (1,2)? ¿En qué puntos de dicha tangente toca a la gráfica de la función?

15. Encuentra los valores críticos de las siguientes funciones:

a.  $f(x) = 4 + \frac{1}{3}x - \frac{1}{2}x^2$

b.  $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 36x$

c.  $f(x) = x^4 + x^3 + x^2 + 1$

d.  $f(x) = \frac{x-1}{x^2-x+1}$

e.  $f(x) = x^{3/4} - 2x^{1/4}$

f.  $f(x) = x^{4/5}(x-4)^2$

g.  $f(x) = x^3 + 6x^2 - 15x$

h.  $f(x) = 2x^3 + x^2 + 2x$

i.  $f(x) = \frac{x-1}{x^2+4}$

16. Encuentra el máximo absoluto y el mínimo absoluto de las siguientes funciones en el correspondiente intervalo.

a.  $f(x) = -x^2 + 4x + 12$  en  $[0,5]$

b.  $f(x) = -2x^3 + 54x + 5$  en  $[0,4]$

c.  $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 1$  en  $[-2,3]$

d.  $f(x) = (x^2 - 1)^3$  en  $[-1,2]$

e.  $f(x) = x + \frac{1}{x}$  en  $[0.2,4]$

17. Entre 0 y 30 grados centígrados, el volumen  $V$  (en centímetros cúbicos) de 1 kg de agua a temperatura  $t$  se encuentra dado por la siguiente función:

$$V(t) = -0.0000679 t^3 + 0.0085043t^2 - 0.06426t + 999.87$$

Encuentra la temperatura a la que el agua tiene su máxima densidad.

18. Un modelo sobre el precio medio del azúcar blanco en EEUU de 1993 a 2003 viene dado por la siguiente función:

$$S(t) = -0.00003237 t^5 + 0.0009037t^4 - 0.008956t^3 + 0.03629t^2 - 0.04458t + 0.4074$$

Donde  $t$  se mide en años desde agosto de 1993. Estimad los años donde el azúcar fue mas barato y mas caro.

19. Demostrar que 5 es un valor crítico de la función  $g(x) = 2 + (x - 5)^3$ , pero  $g$  no tiene un extremo local en 5.

20. Encuentra los intervalos de crecimiento y decrecimiento, los extremos locales, los puntos de inflexión y los intervalos de concavidad y convexidad de las siguientes funciones:

a.  $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 36x$

b.  $f(x) = 4x^3 + 3x^2 - 6x + 1$

c.  $f(x) = x^4 - 2x^2 + 3$

d.  $f(x) = \frac{x^2}{x-1}$

21. Calcula los valores máximo y mínimo de  $f$  para las siguientes funciones:

a.  $f(x) = -2x^3 + 3x^2 + 1$

b.  $f(x) = \sqrt{x} - \sqrt[4]{x}$

c.  $f(x) = \frac{x^2}{x-1}$