

Definiciones I

Una **ecuación** es una igualdad algebraica que se verifica únicamente para un conjunto determinado de valores de las variables o indeterminadas que forman la ecuación.

$$(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$$

Esta igualdad es una identidad. Se verifica para cualquier valor de **a** y **b**.

$$2x = 4$$

Esta igualdad es una ecuación. Se verifica únicamente cuando **x** vale 2.

Una **solución** de una ecuación son aquellos valores que al sustituirlos en la ecuación hacen que la igualdad sea cierta.

Definiciones II

Resolver una **ecuación** es calcular los valores para los que se verifica la igualdad.

Las **incógnitas** de una ecuación son las letras que aparecen en ésta.

Comprobar una ecuación consiste en sustituir las incógnitas por los valores obtenidos en el proceso de resolución de la ecuación.

Una ecuación puede tener una solución, varias o ninguna solución.

Los miembros de una ecuación son cada una de las expresiones que separa el símbolo “=”.

Ecuaciones de grado uno con una incógnita

Una ecuación de primer grado con una incógnita puede expresarse de la forma:

$$ax + b = 0$$

Donde a y b son coeficientes de la ecuación, siendo números conocidos.

x es la incógnita, representa el valor buscado.

El único número que verifica la ecuación es $-\frac{b}{a}$, es decir, su solución.

Ecuaciones equivalentes

- Dos ecuaciones son equivalentes si tienen las mismas soluciones.
- Las siguientes reglas permiten obtener una ecuación equivalente:
 1. Si a los dos miembros de una ecuación se le suma (o resta) la misma expresión numérica o algebraica, resulta una ecuación equivalente.
 2. Si se multiplica (o divide) los dos miembros de una ecuación por un número (distinto de cero), la ecuación resultante es equivalente a la inicial.

Ejemplo

$$3x - 12 = 45$$



Sumando 12 a ambos miembros de la ecuación

$$3x - 12 + 12 = 45 + 12$$

$$3x = 57$$



Dividiendo entre 3 ambos miembros de la ecuación

$$\frac{3x}{3} = \frac{57}{3}$$

$$x = 19$$



Simplificamos cada miembro

Sugerencias para la resolución de una ecuación de primer grado

1. Quitar los paréntesis
2. Quitar denominadores
3. Suprimir los términos iguales de ambos miembros
4. Transponer los términos numéricos a un miembro y al otro los término no numéricos.
5. Reducir los términos semejantes
6. Despejar la incógnita

Ejemplo I

$$4(x - 3) - 7(x - 4) = 6 - x$$

Quitar los paréntesis (hemos aplicado la propiedad distributiva)

$$4x - 12 - 7x + 28 = 6 - x$$

Agrupamos términos semejantes en cada miembro de la ecuación

$$-3x + 16 = 6 - x$$

Transponer los términos numéricos a un miembro y al otro los términos numéricos.

$$-3x + x = 6 - 16$$

Reducir los términos semejantes

$$-2x = -10$$

$$x = \frac{-10}{-2} = 5$$

Despejar la incógnita

Ejemplo II

$$\frac{x}{2} + \frac{3x}{4} - \frac{5x}{6} = 15$$

Quitar denominadores (hemos multiplicado ambos miembros por el mínimo común múltiplo de los denominadores 12)

$$6x + 9x - 10x = 180$$

Agrupamos términos semejantes en cada miembro de la ecuación

$$5x = 180$$

$$x = \frac{180}{5} = 36$$

Despejar la incógnita

Ejemplo III

$$\frac{x-1}{1} - \frac{x-2}{2} + \frac{x-3}{3} = 0$$

Quitar denominadores (hemos multiplicado ambos miembros por el mínimo común múltiplo de los denominadores 6)

$$6x - 6 - 3x + 6 + 2x - 6 = 0$$

Agrupamos términos semejantes en cada miembro de la ecuación

$$5x - 6 = 0$$

Transponer los términos numéricos a un miembro y al otro los términos numéricos.

$$5x = 6$$

Despejar la incógnita

$$x = \frac{6}{5}$$

Plantear ecuaciones

En un problema, normalmente intervienen:

1. Los valores conocidos del problema, conocidos como **datos**.
2. Valores desconocidos que hay que obtener. Normalmente, son candidatos a ser **incógnitas**.
3. **Relaciones** entre los datos y las incógnitas, que permitirán escribir las ecuaciones.

Ecuaciones: ejercicios y problemas

1. Resuelve las siguientes ecuaciones:

Ecuación	Operación a realizar	Valor de la incógnita
$x + 1 = 6$	Restamos 1 a los dos miembros de la ecuación $x + 1 - 1 = 6 - 1$;	$x = 5$
$z + 2 = 4$		
$x + 3 = 8$		
$t + 4 = 12$		
$x + 5 = 15$		
$n - 6 = 11$		
$s - 3 = 17$		
$t - 14 = 8$		
$k + 3 = 13$		
$x - 10 = 16$		

2. Resuelve las siguientes ecuaciones:

Ecuación	Operación a realizar	Valor de la incógnita
$15 - x = 2$	Restamos 15 a ambos miembros de la ecuación: $15 - x - 15 = 2 - 15$ $-x = -13$	$x = 13$
$7 - s = 11$		
$12 - t = 6$		
$52 - m = 24$		
$61 - x = 16$		
$53 = 61 - x$		
$59 = -4 - x$		

3. Resuelve las siguientes ecuaciones:

Ecuación	Operación a realizar	Valor de la incógnita
$x + \frac{1}{3} = 2$	Restamos $\frac{1}{3}$ a los dos miembros de la ecuación $x + \frac{1}{3} - \frac{1}{3} = 2 - \frac{1}{3}$	$x = 2 - \frac{1}{3}; x = \frac{6}{3} - \frac{1}{3}; x = \frac{5}{3}$
$x + \frac{3}{5} = -2$		
$x + \frac{1}{4} = 8$		
$x + \frac{3}{7} = 4$		
$x + \frac{5}{6} = 1$		
$x - \frac{1}{3} = 3$		
$x - \frac{1}{5} = 6$		
$x - \frac{1}{2} = 5$		
$x - \frac{2}{7} = -1$		
$x - \frac{2}{3} = 9$		

4. Resuelve las siguientes ecuaciones

- a. $2x = 2$
- b. $x + 9 = 14$
- c. $5x = 10$
- d. $x + 3 = 6$
- e. $6x = 24$
- f. $-13 + x = 9$
- g. $-x = 9$
- h. $x - 7 = -9$
- i. $4 = -3 + x$
- j. $1 + x = -2$



k. $2 = 7 - x$

5. Resuelve las siguientes ecuaciones

a. $x + 7 = 7 + 12$

b. $5 + x + 12 = 25 + 5$

c. $x - 2 = 8 + 4$

d. $24 + x - 6 = 50 + 6$

e. $17 - 3 = x + 5 - 3$

f. $7x - 6 = x + 8 + 5x$

g. $5x + 32 = 4x + 41$

h. $2 + 3x + 2x = 4x + 9$

i. $4x - 5 + x = 5 + 3x - 1$

j. $6x + 2 - 4x = 9 - x + 8$

6. Resuelve las siguientes ecuaciones

a. $\frac{3x}{4} = 24$

b. $\frac{4x}{3} = 12$

c. $\frac{7x}{2} = 28$

d. $\frac{5x}{2} + 2 = 20 + 2$

e. $\frac{x}{2} + 5 = 15 - 5$

f. $5x + 7 = 2x + 35$

g. $3x - 4 = 24 - x$

h. $6 + \frac{2x}{5} = 6 + 8$

i. $\frac{5x}{3} + 7 = \frac{2x}{3} + 25$

7. Resuelve las siguientes ecuaciones. Primero quita los paréntesis aplicando la propiedad distributiva:

a. $2(x + 3) - 6(5 + x) = 3x + 4$

b. $5(2 - x) + 3(x + 6) = 10 - 4(6 + 2x)$

c. $3x + 8 - 5x - 5 = 2(x + 6) - 7x$

d. $4x - 2 + 6(x - 4) = 3 + 2x$

e. $4(x - 2) + 1 = 5(x + 1) - 3x$

f. $3(x - 3) = 5(x - 1) - 6x$

g. $3(5x + 9) - 3(x - 7) = 11(x - 2) + 7$

8. Resuelve las siguientes ecuaciones

a. $17 - 3 = x + 5 - 3$

b. $7x - 6 = x + 8 + 5x$

c. $5x + 32 = 4x + 41$

d. $4x - 5 + x = 5 + 3x - 1$

e. $6x + 2 - 4x = 9 - x + 8$

f. $\frac{5x}{2} + 2 = 20 + 2$

g. $\frac{x}{2} + 5 = 15 - 5$

h. $3x - 4 = 24 - x$

i. $2(x + 3) - 6(5 + x) = 3x + 4$

j. $5(2 - x) + 3(x + 6) = 10 - 4(6 + 2x)$

k. $3(5x + 9) - 3(x - 7) = 11(x - 2) + 7$

9. Asocia una ecuación a cada uno de los enunciados y resuelve:
- El doble de un número más 3 es igual a 12
 - La mitad de un número menos su tercera parte es igual a 10.
 - Dentro de ocho años cumpliré veinte años.
10. El doble de un número menos siete es igual a 8. ¿Cuál es ese número?
11. El resultado de sumar tres números enteros consecutivos es 30. ¿Cuáles son esos números?
12. Repartir 122 euros entre dos personas, de modo que una tenga 40 euros más que la otra.
13. Juan y Pedro han comprado un regalo, ha costado 20 euros, Pedro ha puesto el doble que Juan, menos un euro. Calcula cuánto se ha gastado cada uno.
14. Calcula tres números impares consecutivos cuya suma sea 57.
15. El doble de la edad de Lucía más 25 años es igual a la edad de su abuelo, que es 51 años. ¿Qué edad tiene Lucía?.
16. El perímetro de un triángulo isósceles mide 30 centímetros. El lado desigual mide la mitad de cada uno de los lados iguales. Halla la longitud de cada uno de los lados del triángulo.
17. En una librería han vendido 50 libros a dos precios distintos: unos a 5 euros y otros a 6 euros, obteniendo por la venta 263 euros. ¿Cuántos libros había de cada clase?
18. Un campo tiene forma rectangular y su perímetro es de 784 metros. Calcula su área, sabiendo que la base mide 104 metros más que la altura.

19. Lucas tiene 30 años menos que su padre y éste tiene 4 veces los años de Lucas. Averigua la edad de cada uno.
20. Lidia tiene 20 años menos que su padre, y éste tiene el triple de los años de su hija. Halla la edad de cada uno.
21. La suma de dos números es 32 y uno de ellos es igual a la séptima parte del otro. Halla los dos números.
22. La suma de cuatro números es igual a 90. El segundo número es el doble del primero; el tercero, el doble del segundo, y el cuarto, doble del tercero. Halla los cuatro números.
23. Tengo 18 euros en monedas de 2 euros y 50 céntimos. Calcula cuántas tengo de cada clase, sabiendo que de 2 euros tengo una moneda menos que de 50 céntimos.
24. Halla el número cuya mitad más su cuarta parte, más 1 es igual a dicho número.
25. Calcula un número natural que sumado al siguiente dé como resultado 21.
26. El área de un rectángulo es 16 metros cuadrados. Si la base mide 4 metros, ¿cuánto mide su altura?.
27. Si al número x se le suman 12 unidades y el resultado se divide entre 3 se obtiene el número 10. ¿Cuál es el valor del número x ?
28. Juan y Ana tienen un total de 40 €. Si Juan regalara a Ana 5 €, ambos tendrán la misma cantidad. ¿Cuánto dinero tiene cada uno?
29. Un terreno tiene forma rectangular y su anchura es de 50 metros. Si el perímetro mide 400 metros, ¿Cuál es la medida del largo del terreno?.
30. No he podido comprar 10 chocolatinas (de igual precio) con el dinero que tenía pues me faltaban 4 euros, así que he comprado 8 y me han sobrado 2 €. ¿Cuánto cuesta cada chocolatina?
31. En un frutero hay 28 piezas de frutas entre manzanas y kiwis. Si hay 6 kiwis más que manzanas. ¿Cuántas manzanas y kiwis hay?
32. Benjamín tiene 200 euros en billetes de 20 euros y de 10 euros. Si el número de billetes de 10 euros es el triple del número de billetes de 20 euros, ¿cuántos billetes tiene de cada clase?.
33. Un comerciante vende 420 pares de zapatos en tres semanas. Si en la segunda semana vende el doble que en la primera y en la tercera semana vende la mitad que en la primera, ¿cuántos pares de zapatos vende cada semana?.

34. Ángela se gasta la mitad de su dinero al comprar la entrada del cine y la cuarta parte en una bolsa de palomitas. Si le sobran 4 euros, ¿cuánto dinero tenía?.
35. Esta mañana he gastado la mitad de mi dinero y por la tarde la décima parte. Si me quedan 200 euros, ¿cuánto tenía?
36. Juan ha ido de compras y se ha gastado dos quintas partes del dinero que tenía, más 8 euros. Si le quedan 52€, ¿cuánto dinero tenía?
37. Una caja tiene 24 botones de colores verde, rojo y azul. La diferencia entre el número de botones rojos y el de botones verde es de 6. El número de botones azules es 4 veces el número de verdes. ¿Cuántos botones hay de cada color?.
38. Determina cuatro números enteros consecutivos cuya suma sea 30.
39. Calcula tres números enteros consecutivos cuya suma sea 54.
40. En un juego, el que gana una partida consigue 3 puntos, y el resto pierde 2 puntos. Si después de 12 jugadas tienes un punto, ¿cuántas partidas has ganado?
41. Reparte 2000 euros entre dos personas, de forma que una de ellas se lleve el 25% de lo que se lleva la otra.
42. Juan tiene 42 años y su hija 7. ¿Cuántos años han de pasar para que Juan tenga el doble de años que su hija?
43. Marcos tiene 5,70 € en monedas de 50 y 20 céntimos. ¿Cuántas monedas tiene de cada valor?.
44. Paco tiene 13 cromos y Andrea 21. ¿Cuántos cromos tiene que dar Andrea a Paco para tener el mismo número de cromos?
45. La base de un rectángulo es doble que su altura. Si el perímetro del rectángulo es de 600 cm. ¿Cuánto miden la base y la altura del rectángulo?
46. Si se suman la mitad de un número y su tercera parte el resultado es 15. ¿Cuál es el número?
47. Hemos comprado cuatro envases del mismo producto. Para pagar damos 6 euros y nos devuelven 2,40 euros. ¿Cuánto vale un envase?
48. Sabiendo que el perímetro de un rectángulo es de 30 metros y que la base mide 3 metros más que la altura, calcula las dimensiones del rectángulo.
49. Un padre tiene 48 años y su hijo 25. ¿Cuántos años han de transcurrir para que la edad del padre sea el doble que la del hijo?