

## Polinomios y fracciones algebraicas: ejercicios y problemas

1. Efectúa las siguientes divisiones utilizando la división por el método de Ruffini:
  - a.  $(3x^5 + 2x + 1) : (x + 1)$
  - b.  $(x^6 + x^2 - 3) : (x + 3)$
  - c.  $(x^9 + x^5 + 1) : (x - 2)$
2. Utilizando el valor numérico, halla el resto de las siguientes divisiones:
  - a.  $(x^3 - 2x^2 - 3) : (x - 1)$
  - b.  $(a^3 - 1) : (a - 1)$
  - c.  $(2x^4 - 2x^3 + 3x^2 + 5x + 10) : (x + 2)$
3. Utilizando el valor numérico, comprueba si son exactas las siguientes divisiones:
  - a.  $(x^4 - 16) : (x + 2)$
  - b.  $(3x^6 + 64) : (x - 2)$
  - c.  $(x^{99} + 1) : (x - 1)$
4. Utilizando el valor numérico, halla el valor de m en los polinomios siguientes sabiendo que:
  - a.  $5x^4 + mx^3 + 2x - 3$  es divisible por  $x + 1$ .
  - b.  $3x^2 - mx + 10$  es divisible por  $x - 5$ .
  - c.  $3x^3 - 7x^2 - 9x - m$  es divisible por  $x - 3$ .
5. Utilizando el valor numérico, comprueba si los siguientes polinomios tienen por factores los que se indican, y en caso afirmativo halla otro factor del polinomio:
  - a.  $x^2 - 1$  tiene por factor  $x + 1$ .
  - b.  $x^3 - 1$  tiene por factor  $x - 1$ .
  - c.  $x^4 - 2x^3 - 10x^2 + 4x + 16$
6. Factoriza los siguientes trinomios:
  - a.  $x^2 - x - 2$
  - b.  $x^2 - 11x + 30$
  - c.  $42 - x - x^2$
  - d.  $66 + 5x - x^2$
  - e.  $3x^2 + 10x + 3$
  - f.  $2x^2 - x - 1$

7. ¿Qué número  $m$  se ha de añadir al polinomio  $x^3 + 2x^2$  para que sea divisible por  $x+4$ ?
8. ¿Qué valor ha de tomar  $k$  para que  $x+3$  sea un factor de  $x^3 - 4x - 12k$ ?
9. Utilizando el valor numérico, halla el valor de  $m$  para que el polinomio  $2x^4 + 9x^3 + 2x^2 - 6x + 3m$ , tenga por resto 12 al dividirlo por  $x+2$ .
10. Te dan el polinomio  $(x-1)(x+2)(x-6)$ . Indica para qué valores de  $x$  se anula. ¿Por qué?
11. Halla un polinomio de primer grado que al dividirlo por  $x+1$  dé resto 1, y al dividirlo por  $x-2$  de resto 7.
12. Determina los coeficientes  $a$  y  $b$  para que el polinomio  $x^5 + ax^3 + b$  sea divisible por  $(x+1)(x-1)$
13. Factoriza los siguientes polinomios calculando alguna de sus raíces enteras:
- $x^3 - x^2 - 4$
  - $x^3 + 2x^2 + 2x + 1$
  - $x^3 + 3x^2 - 4x - 12$
  - $6x^3 + 7x^2 - 9x + 2$
  - $2x^4 - 5x^3 + 5x - 2$
  - $x^4 - 6x^3 - 11x^2 + 96x - 80$
  - $x^4 + 2x^3 - 3x^2 - 4x + 4$
14. Opera y simplifica:
- $\frac{2x}{x-1} + \frac{3x+1}{x-1} - \frac{1-x}{x^2-1}$
  - $\frac{4}{1+x} + \frac{x}{1+x^2} + \frac{x+1}{x-1}$
  - $\frac{3}{2x-4} + \frac{1}{x+2} - \frac{x+10}{2x^2-8}$
  - $\left(\frac{1}{x^3} - \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x}\right)(x^4 + x^3)$
  - $\left(\frac{1+x}{1-x} + \frac{1-x}{1+x}\right)\left(\frac{3}{4x} - \frac{x}{4} - x\right)$
  - $\left(x + \frac{x}{x-1}\right) : \left(x - \frac{x}{x-1}\right)$
  - $\frac{x^3 + 4x^2 - 5x}{x^3 - 6x + 5}$
  - $\frac{1}{x^2 - 9x + 20} - \frac{1}{x^2 - 11x + 30} + \frac{1-x}{x^2 - 10x + 24}$

15. Opera y simplifica las siguientes fracciones algebraicas:

a.  $\frac{x^3+3x^2-13x-15}{x^3+x^2-9x-9}$

b.  $\frac{x^3-4x}{x^3+4x^2+4x}$

c.  $\frac{7x}{x+1} - \frac{2x}{3x(x+1)} - \frac{7}{x+1}$

d.  $\frac{x^2-9}{x+1} \cdot \frac{x^2-1}{x+3}$

e.  $\frac{x^4-16}{3x-15} : \frac{4x^2+16}{x^2-9}$

f.  $\frac{3x}{x-2} \left( \frac{x+1}{x-1} - \frac{2x+5}{x} \right)$

g.  $\frac{x-2}{2x} + \frac{x-1}{x} + \frac{3x+3}{3x}$

h.  $\frac{x^2-5}{x} - \frac{x+16}{x^2}$

i.  $\frac{10}{3x^2+6x} - \frac{1}{4x^2+8x}$

j.  $\frac{3}{x+1} - \frac{5x+1}{x-1} + \frac{2x}{x^2-1}$

k.  $\frac{2x}{x-\frac{1}{x}} - \frac{2}{x^2+1}$

l.  $\frac{6}{\frac{1}{1+\frac{1}{x}}-1}$

m.  $\frac{x^2-8x+16}{x^2+5x+6} : \frac{x-4}{x+2}$

n.  $\frac{x^2-49}{2x} \cdot \frac{3x^2}{x^2+2x-35}$