Límites y continuidad de funciones

1. Explica con tus propias palabras que significa la expresión

   $\lim_{x \to 2} f(x) = 5$

   ¿Es posible que sea cierta esta expresión aun cuando *f(2)=3*?.

2. Explica que significa que $\lim_{x \to 2^-} f(x) = 5$ y $\lim_{x \to 2^+} f(x) = 7$. En estas condiciones, ¿es posible que $\lim_{x \to 2} f(x)$ exista?

3. Explica el significado de las siguientes expresiones:

   $\lim_{x \to -3} f(x) = \infty$ $\qquad\qquad$ $\lim_{x \to 4^+} f(x) = -\infty$

4. Utiliza la gráfica de la función asignada al ejercicio para establecer el valor de cada una de las expresiones:

   a. $\lim_{x \to 2^-} f(x)$

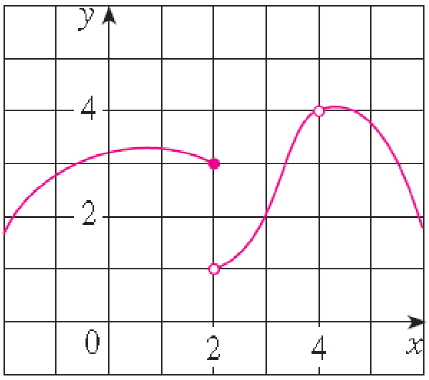
   b. $\lim_{x \to 2^+} f(x)$

   c. $\lim_{x \to 2} f(x)$

   d. *f(2)*

   e. $\lim_{x \to 4} f(x)$

   f. *f(4)*



5. Utiliza la gráfica de la función asignada al ejercicio para establecer el valor de cada una de las expresiones:

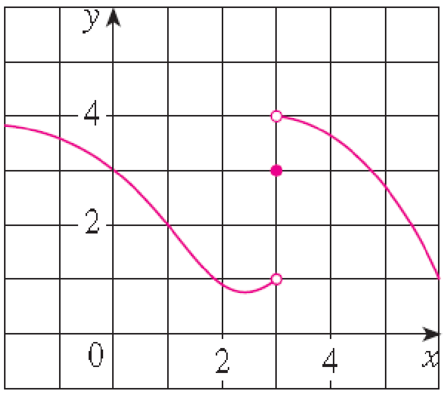
   a. $\lim_{x \to 1} f(x)$

   b. $\lim_{x \to 3^-} f(x)$

   c. $\lim_{x \to 3^+} f(x)$

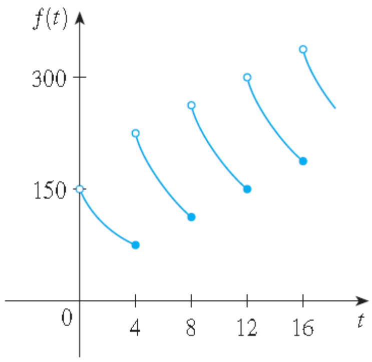
   d. $\lim_{x \to 3} f(x)$

   e. *f(3)*



6. Un paciente recibe una inyección de 150 mg de un analgésico cada 4 horas. El gráfico muestra la cantidad *f(t)* de analgésico concentrado en sangre tras *t* horas. Encuentra:

$\lim\limits_{x \to 12^-} f(x)$ y $\lim\limits_{x \to 12^+} f(x)$ y explica el significado de estos límites:



7. Calcula los siguientes límites de la función $f(x) = \dfrac{1}{1+2^{\frac{1}{x}}}$

a. $\lim\limits_{x \to 0} f(x)$

b. $\lim\limits_{x \to 0^-} f(x)$

c. $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x)$

8. Calcula los siguientes límites de la función $f(x) = \dfrac{x^2+x}{\sqrt{x^3+x^2}}$

a. $\lim\limits_{x \to 0} f(x)$

b. $\lim\limits_{x \to 0^-} f(x)$

c. $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x)$

9. Determina el límite de:

a. $\lim\limits_{x \to -3^-} \dfrac{x+2}{x+3}$

b. $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{2-x}{(x-1)^2}$

c. $\lim\limits_{x \to -2^+} \dfrac{x-1}{x^2(x+2)}$

d. $\lim\limits_{x \to -2^+} \dfrac{x^2-2x+8}{x^2-5x+6}$

e. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{x-1}{x^2(x+2)}$

f. $\lim\limits_{x \to -2^-} \dfrac{x^2-2x+8}{x^2-5x+6}$

10. Encuentra las asíntotas verticales de la función $f(x) = \frac{x^2+1}{3x-2x^2}$

11. Calcula: $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{(3+h)^2-9}{h}$

12. Calcula: $\lim\limits_{t\to 0} \dfrac{\sqrt{t^2+9}-3}{t^2}$

13. Demuestra que $\lim\limits_{x\to 0}|x| = 0$

14. Calcula $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{|x|}{x}$

15. Sea la función $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x-4}, & x > 4 \\ 8-2x, & x < 4 \end{cases}$, determina el valor del límite de la función en x=4.

16. Dados las gráficas de las funciones f y g utilízalos para evaluar cada uno de los límites. Si éste no existiera, explica la razón:

   a. $\lim\limits_{x\to 2}(f(x)+g(x))$

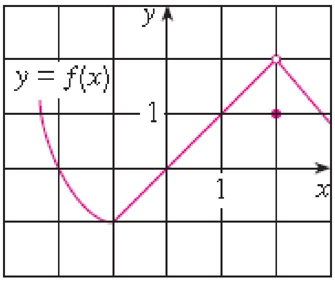
   b. $\lim\limits_{x\to 1}(f(x)+g(x))$

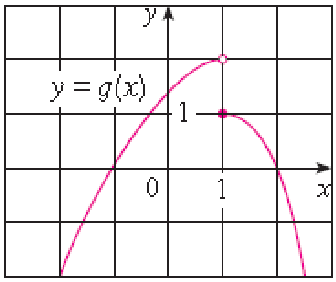
   c. $\lim\limits_{x\to 0}(f(x)\cdot g(x))$

   d. $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{f(x)}{g(X)}$

   e. $\lim\limits_{x\to 2}(x^3\cdot f(x))$

   f. $\lim\limits_{x\to 1}\sqrt{3+f(x)}$



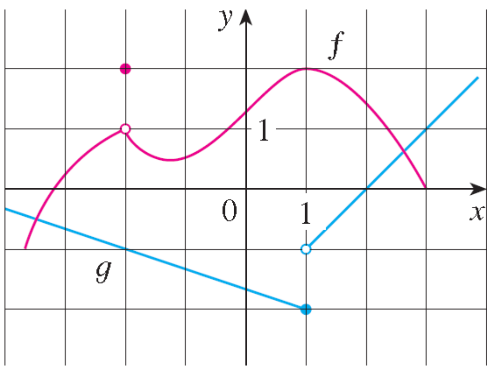


17. Utilizando las propiedades de los límites y observando las gráficas de las funciones, evalúa los siguientes límites:

   a. $\lim\limits_{x\to -2}(f(x)+5g(x))$

   b. $\lim\limits_{x\to 1}(f(x)\cdot g(x))$

   c. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{f(x)}{g(x)}$



18. Evalúa los siguientes límites y justifica cada paso:

   a. $\lim\limits_{x\to 5}(2x^2-3x+4)$

   b. $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^3+2x^2-1}{5-3x}$

19. Encuentra el límite si existe. Si no existe explicar la razón.

a. $\lim_{x\to 3}(2x + |x - 3|)$

b. $\lim_{x\to -0{,}5^-} \frac{2x-1}{|2x^3-x^2|}$

c. $\lim_{x\to 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{|x|}\right)$

d. $\lim_{x\to -6} \frac{2x+12}{|x+6|}$

20. Determina el límite si existe:

a. $\lim_{x\to 5} \frac{x^2-6x+5}{x-5}$

b. $\lim_{x\to 5} \frac{x^2-5x+6}{x-5}$

c. $\lim_{x\to -3} \frac{x^2-9}{x^2+7x+3}$

d. $\lim_{h\to 0} \frac{(-5+h)^2-25}{h}$

e. $\lim_{x\to -2} \frac{x+2}{x^3+8}$

f. $\lim_{h\to 0} \frac{\sqrt{9+h}-3}{h}$

g. $\lim_{x\to -4} \frac{\frac{1}{4}+\frac{1}{x}}{4+x}$

h. $\lim_{t\to 0} \frac{\sqrt{1+t}-\sqrt{1-t}}{t}$

i. $\lim_{x\to 16} \frac{4-\sqrt{x}}{16x-x^2}$

j. $\lim_{t\to 0} \left(\frac{1}{t\sqrt{1+t}} - \frac{1}{t}\right)$

k. $\lim_{h\to 0} \frac{(x+h)^3-x^3}{h}$

l. $\lim_{x\to 4} \frac{x^2-4x}{x^2-3x-4}$

m. $\lim_{x\to -1} \frac{x^2-4x}{x^2-3x-4}$

n. $\lim_{x\to -1} \frac{2x^2+3x+1}{x^2-2x-3}$

o. $\lim_{h\to 0} \frac{(2+h)^3-8}{h}$

p. $\lim_{t\to 1} \frac{t^4-1}{t^3-1}$

q. $\lim_{u\to 2} \frac{\sqrt{4u+1}-3}{u-2}$

r. $\lim_{x\to -1} \frac{x^2+2x+1}{x^4-1}$

s. $\lim_{t\to 0} \left(\frac{1}{t} - \frac{1}{t^2+t}\right)$

t. $\lim_{h\to 0} \frac{(3+h)^{-1}-3^{-1}}{h}$

u. $\lim_{x \to -4} \frac{\sqrt{x^2+9}-5}{x+4}$

v. $\lim_{h \to 0} \frac{\frac{1}{(x+h)^2}-\frac{1}{x^2}}{h}$

21. Encuentra el límite, si existe. Si el límite no existe, explica la razón:

a. $\lim_{x \to 3} (2x + |x-3|)$

b. $\lim_{x \to 0{,}5^-} \frac{2x-1}{|2x^3-x^2|}$

c. $\lim_{x \to 0^-} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{|x|}\right)$

d. $\lim_{x \to 0^+} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{|x|}\right)$

e. $\lim_{x \to -6} \frac{2x+12}{|x+6|}$

f. $\lim_{x \to -2} \frac{2-|x|}{2+x}$

22. Sea la función $f(x) = \begin{cases} x^2+1 & Si\ x < 1 \\ (x-2)^2 & Si\ x \geq 1 \end{cases}$

a. Encuentra $\lim_{x \to 1^-} f(x)$ y $\lim_{x \to 1^+} f(x)$

b. ¿Existe $\lim_{x \to 1} f(x)$?

c. Esboza la gráfica de la función

23. Sea la función $g(x) = \frac{x^2+x-6}{|x-2|}$:

a. Encuentra $\lim_{x \to 2^-} g(x)$ y $\lim_{x \to 2^+} g(x)$

b. ¿Existe $\lim_{x \to 2} g(x)$?

c. Esboza la gráfica de la función

24. ¿Existe algún valor de a tal que $\lim_{x \to -2} \frac{3x^2+ax+a+3}{x^2+x-2}$ exista? De ser así, encuentra el valor de a y el valor del límite.