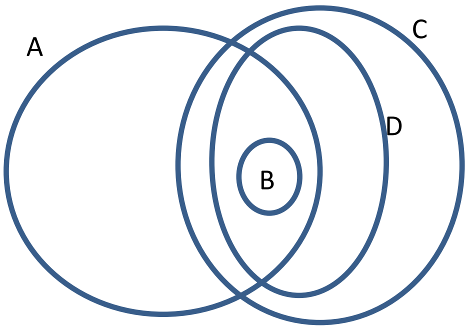
Teoría de conjuntos

1. Escribe simbólicamente las siguientes afirmaciones:
   a. v pertenece al conjunto M
   b. El conjunto T tiene como subconjunto al conjunto H
   c. Entre los elementos del conjunto G no está el número 2
   d. El conjunto $\mathbb{Z}$ no es un subconjunto del conjunto A
   e. El conjunto X no contiene el conjunto K
   f. El conjunto H es un subconjunto propio del conjunto K
2. Completa las proposiciones siguientes con los símbolos $\in y \notin$.
   a. $2 \_\{1,3,5,7\}$
   b. $5 \_\{2,4,5,6\}$
   c. $3 \_\{x \in \mathbb{N}/2 < x < 6\}$
   d. $2 \_\{4,5,6,7\}$
   e. $8 \_\{x \in \mathbb{N}/8 < x < 10\}$
   f. $0 \_\phi$
   g. $América \ \_\{x/es\ el\ nombre\ de\ un\ país\}$
   h. $\frac{12}{8} \_\mathbb{N}$
3. Definir por extensión cada uno de los siguientes conjuntos:
   a. $A = \{x \in \mathbb{Z} \ /x^2 = 4\}$
   b. $B = \{x \in \mathbb{Z} / \ x - 2 = 5\}$
   c. $T = \{x \ \ /es\ una\ cifra\ del\ número\ 2324\}$
   d. $C = \{x \in \mathbb{Z} \ / x\ es\ positivo\ y\ negativo\}$
   e. $R = \{x \in \mathbb{Z} \ /x^2 = 9\}$
   f. $Q = \{x \ \ /x\ es\ una\ letra\ de\ la\ palabra\ calcular\}$
   g. $P = \{x \ \ / x\ es\ \ una\ letra\ de\ la\ palabra\ CORRECTO\}$
4. ¿Cuáles de los siguientes conjuntos son vacíos, unitarios, finitos o infinitos?
   a. $A = \{x \ \ \ /x\ es\ un\ día\ de\ la\ semana\}$
   b. $B = \{vocales\ de\ la\ palabra\ vals\}$
   c. $C = \{1, 3, 5, 7, \dots\}$
   d. $D = \{x \ /x\ es\ un\ habitante\ de\ la\ Luna\}$
   e. $I = \{x \ / \ x\ es\ presidente\ del\ Mar\ Mediterráneo\}$
   f. $J = \{x \ / \ \ x\ es\ el\ número\ de\ pelos\ de\ todos\ los\ eslovacos\ que\ viven\ actualmente\}$
   g. $F = \{x \in \mathbb{N}/x < 15\}$
   h. $E = \{x \in \mathbb{N} \ /5 < x < 5\}$
   i. $G = \{x \in \mathbb{N}/ \ x > 15\}$
   j. $H = \{x \in \mathbb{N}/3x = 6\}$
5. Justifica razonadamente que el conjunto $A = \{2,3,4,5\}$ no es un subconjunto del conjunto $C = \{x \in \mathbb{N} \ /x\ es\ par\}$
6. Escribe todos los posibles subconjuntos del conjunto y clasifícalos según sean propios o impropios:
   a. $M = \{r, s, t\}$
   b. $B = \{a, b\}$
   c. $C = \{a\}$
   d. ϕ
7. Sean los conjuntos $A = \{r, s, t, u, v, w\}$, $B = \{u, v, w, x, y, z\}$, $C = \{s, u, y, z\}$, $D = \{u, v\}$, $E = \{s, u\}$ y $F = \{s\}$. Determina en cada caso, con las informaciones dadas y con ayuda de un diagrama de Venn, cuál de los conjuntos dados es X.
   a. $X \subset A\ y\ X \subset B$

b. $X \not\subset B$ y $X \subset C$
c. $X \not\subset A$ y $X \not\subset C$
d. $X \subset B$ y $X \not\subset C$

8. Sean A, B y C conjuntos tales que $A \subset B$ y $B \subset C$ suponiendo que $a \in A, b \in B, c \in C$ y $d \notin A, e \notin B, f \notin C$, ¿cuáles de las siguientes afirmaciones son ciertas?
   a. $a \in C$
   b. $b \in A$
   c. $c \notin A$
   d. $d \in B$
   e. $e \notin A$
   f. $f \notin A$
9. Establecer todas las posibles relaciones entre los conjuntos representados en el siguiente diagrama de Venn.

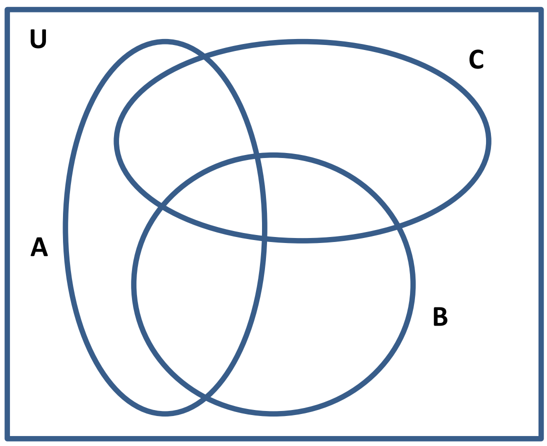


10. Consideremos $U = \{a, b, c, d, e\}$ como conjunto universal y los subconjuntos $A = \{a, b, d\}$ $B = \{b, d, e\}$ y $C = \{a, b, e\}$. Calcula:

i.	$A \cup B$	xi.	$A - B$	xxi.	U'
ii.	$A \cup C$	xii.	$(A')'$	xxii.	$A \cup A'$
iii.	$B \cup C$	xiii.	$C - A$	xxiii.	$A \cap A'$
iv.	$B \cup B$	xiv.	$B - C$	xxiv.	ϕ'
v.	$A \cap B$	xv.	$B - A$	xxv.	$A' \cup C'$
vi.	$A \cup (B \cup C)$	xvi.	$B \cap A'$	xxvi.	$(A \cup B)'$
vii.	$A \cap A$	xvii.	$A - A$	xxvii.	$A' \cap B'$
viii.	$B \cap C$	xviii.	A'	xxviii.	$(B - C)'$
ix.	$(A \cap B) \cap C$	xix.	B'	xxix.	$A \cup B'$
x.	$A \cap (B \cap C)$	xx.	$(A \cap C)'$	xxx.	$B' - A'$

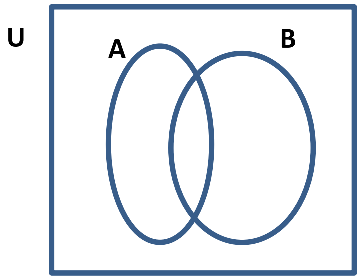
11. Represente en el diagrama de Venn dado al margen los siguientes conjuntos:

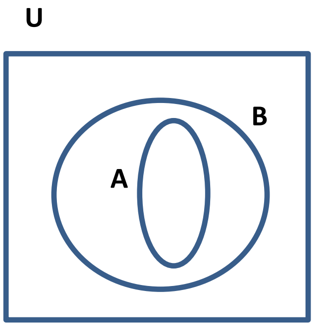
i. $A \cup B$
ii. $A \cup C$
iii. $B \cup C$
iv. $B \cup B$
v. $A \cap B$
vi. $A \cap A$
vii. $B \cap C$
viii. $(A \cap B) \cap C$
ix. $A \cap (B \cap C)$
x. $A - B$

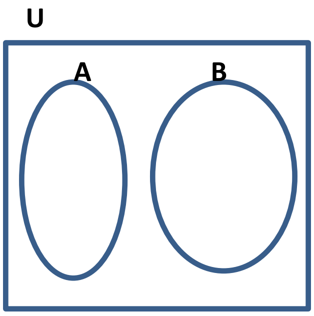


xi. $(A')'$
xii. $C - A$
xiii. $B - C$
xiv. $B - A$
xv. $B \cap A'$
xvi. $A - A$
xvii. A'
xviii. B'
xix. $(A \cap C)'$
xx. U'
xxi. $A \cup A'$
xxii. $A \cap A'$
xxiii. ϕ'
xxiv. $A' \cup C'$
xxv. $(A \cup B)'$
xxvi. $A' \cap B'$
xxvii. $(B - C)'$
xxviii. $A \cup B'$
xxix. $B' - A'$

12. Representa en cada uno de los diagramas de Venn dados, los siguientes conjuntos:
    a. $A \cup B$
    b. $B \cup B$
    c. $A \cap B$
    d. $A \cap A$
    e. $B - A$
    f. $A - B$
    g. $(A')'$
    h. $B \cap A'$
    i. $(A \cup B)'$
    j. $A' \cap B'$
    k.
    l. $(A \cap B)'$
    m. $A' \cup B'$
    n. $A - A$
    o. A'
    p. B'
    q. U'
    r. $A \cup A'$
    s. $A \cap A'$
    t. $A \cup B'$
    u. $B' - A'$
    v. $A \cup (B \cap A)$
    w. $B \cap (B \cup A)$







13. Sean A y B subconjuntos de un conjunto U. Expresa correctamente, usando la simbología de la lógica de predicados las expresiones dadas a continuación, representa mediante un diagrama de Venn las situaciones en ellas descritas y escribe el equivalente de cada una de dichas expresiones usando la terminología propia de la teoría de conjuntos:
    a. Para todo $x \in U$, si $x \in A$, entonces $x \in B$

b. Para todo $x \in U$, si $x \notin B$, entonces $x \notin A$
c. Para todo $x \in U$, si $x\, en\, A$, o x no en B
d. Hay algún $x \in U$, tal que $x \in B$, entonces $x \notin A$
e. Para todo $x \in U$, si $x \notin A$, entonces $x \notin B$
f. Para todo $x \in U$, $x \in A$ y $x \in B$
g. Todo $x \in B$ es $x \in A$, pero A y B no tienen los mismos elementos
h. Hay algún $x \notin A$ y $x \in B$
i. Hay algún $x \in U$ tal que $x \in A$, entonces $x \notin B$
j. Para todo $x \in U$, si $x \in A$, entonces $x \notin B$

14. A una prueba de ingreso a la Universidad se presentaron 100 alumnos, de los cuales 65 aprobaron el examen de Matemáticas, 25 el de Matemáticas y Física y 15 aprobaron sólo el de Física. ¿Cuántos no aprobaron ninguno de los exámenes mencionados?
15. Un club consta de 78 personas, de las cuales 50 juegan al fútbol, 32 al baloncesto y 23 al voleybol. Seis figuran en los tres deportes y 10 no practican deporte alguno. ¿Cuántas personas practican sólo un deporte?¿cuántas practican solo dos deportes?¿Cuántas practican al menos dos deportes?¿Cuántas practican a lo sumo dos deportes?
16. Dados $\mathrm{A} = (2,4], \mathrm{B} = (-2,4]$ y $\mathrm{C} = [-3, +\infty)$, calcula:
    a. $A \cup B \cup C$
    b. $A \cap B \cap C$
    c. $(A \cap B) \cup C$
    d. $(A \cup B) \cap C$
17. Expresa como entornos los intervalos (-5,2) y [-5,2].
18. Expresa mediante intervalos y gráficamente los siguientes conjuntos de números reales
    a. $|x-2| < 2$
    b. $|x+3| \geq 1$
    c. $|x+1| \leq 2$