1. En una cofradía de Semana Santa el 60 % de sus miembros son mujeres; la mitad de ellas y el 20 % de los varones participaron en una procesión. Se elige al azar un miembro de la cofradía.

   a. ¿Cuál es la probabilidad de que sea uno de los participantes en la procesión?

   b. Si la persona elegida no estuvo en la procesión, ¿cuál es la probabilidad de que se trate de una mujer?

   Solución

   a. Las probabilidades que hay en el enunciado se pueden representar en la siguiente tabla:

	Mujer	Hombre	
Participar	0.3	0.08	0.38
No participar	0.3	0.32	0.62
	0.6	0.4	1

      Por tanto, la probabilidad pedida es de 0.38

   b. Se trata de una probabilidad condicionada:

   $$P(ser\ mujer/no\ estuvo) = \frac{0.3}{0.62} = 0.484$$

2. Una máquina de envasado automático de refrescos vierte en cada lata una cantidad de refresco que puede suponerse que sigue una distribución normal de media $\mu = 32,5$ cl y desviación típica $\sigma = 0,5$ cl. El llenado de la lata se considera "incorrecto" si la cantidad de refresco vertido es inferior a 31,5 cl o superior a 34 cl.

   a. ¿Cuál es el porcentaje de llenados incorrectos para esta máquina?.

   b. ¿Cuál es la probabilidad de que en el llenado de 3 latas con esa máquina todos los llenados sean correctos?

   Solución

a. La distribución es N(32.5;0.5). Nos piden la probabilidad complementaria a :

$$P(31.5 \leq X \leq 34) = P\left(\frac{31.5-32.5}{0.5} \leq Z \leq \frac{34-32.5}{0.5}\right) =$$
$$= P(-2 \leq Z \leq 3) = P(Z \leq 3) - P(Z \leq -2) =$$
$$= P(Z \leq 3) - \big(1 - P(Z \leq 2)\big) = 0.9987 - (1 - 0.9772) = 0.9759$$

Por tanto, el porcentaje es del 100%-97.59%=2.41.

b. La probabilidad pedida será calculada utilizando una distribución binomial con $n = 3\ y\ p = 0.9759$.

$$P(X=3) = \binom{3}{3} 0.9759^3 \cdot (1-0.9759)^= = 0.9294$$

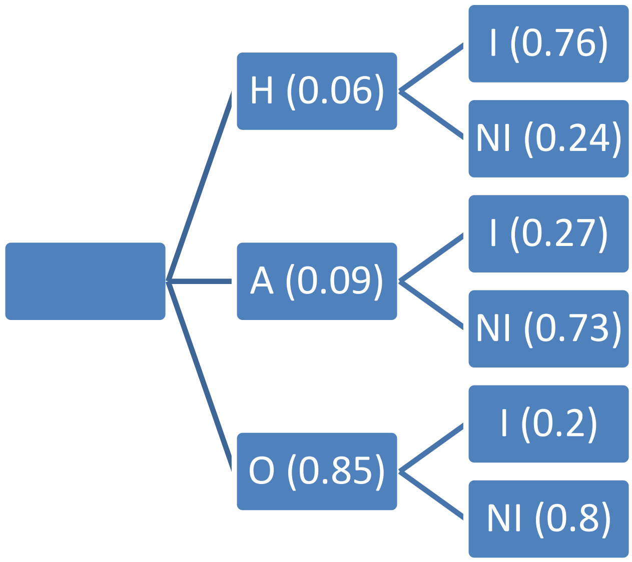
3. De 1500 individuos enfermos 90 padecen hepatitis, 135 anemia y el resto otras enfermedades. Todas esas enfermedades no se presentan juntas en ninguno de ellos. Se sabe que la ictericia se presenta en el 76 % de los enfermos de hepatitis, en un 27 % de los enfermos de anemia y en un 20 % en el resto de los enfermos. Nos encontramos con uno de los individuos por la calle.

   a. Determina la probabilidad de que presente ictericia.

   b. Hablamos con el individuo y nos dice que tiene ictericia, ¿qué enfermedad es más probable que padezca, hepatitis o anemia?

Solución

a. Representaremos la información en forma de árbol y utilizaremos el teorema de la probabilidad total para calcular la probabilidad pedida.



Definimos los sucesos:

$H \equiv Tener\ hepatitis\ ; A \equiv Tener\ anemia; O \equiv Tener\ otras;$

$I \equiv Tener\ ictericia$

$P(I) = P(H) \cdot P(I/H) + P(A) \cdot P(I/A) + P(O) \cdot P(I/O) =$

$= 0.06 \cdot 0.76 + 0.09 \cdot 0.27 + 0.85 \cdot 0.2 = 0.2399$

b. Habrá que calcular utilizando el teorema de Bayes las siguientes probabilidades: $P(H/I)\ y\ P(A/I)$:

$$P(H/I) = \frac{P(H) \cdot P(I/H)}{P(I)} = \frac{0.06 \cdot 0.76}{0.2399} = 0.19$$

$$P(A/I) = \frac{P(A) \cdot P(I/A)}{P(I)} = \frac{0.09 \cdot 0.27}{0.2399} = 0.1$$

Por tanto, es más probable que tenga hepatitis.

4. Calcula el valor de P(B) sabiendo que los sucesos A y B son independientes y que $P(A \cup B) = \frac{5}{8}\ y\ P(A) = \frac{1}{4}$

Solución

Cómo A y B son independientes $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$. Por tanto, $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A) \cdot P(B)$

Es decir: $\frac{5}{8} = \frac{1}{4} + P(B) - \frac{1}{4}P(B)\ ; \frac{5}{8} - \frac{1}{4} = \left(1 - \frac{1}{4}\right) P(B);\ P(B) = \frac{\frac{5}{8} - \frac{1}{4}}{1 - \frac{1}{4}} = 0.5$

5. La duración (en años) de la placa base de los ordenadores sigue una distribución normal de parámetros μ=10, σ=2. Calcula la probabilidad de que una placa base dure más de 12 años.

Solución

La distribución es N(10;2) y la probabilidad pedida es:

$$P(X > 12) = 1 - P(X \leq 12) = 1 - P\left(Z \leq \frac{12-10}{2}\right) = 1 - P(Z \leq 1)$$
$$= 1 - 0.8413 = 0.1587$$

6. El 60 % de los clientes de una panadería compran pan y el 30 % no compran ni pan ni bollería. ¿Qué porcentaje de clientes compran bollería y no compran pan?

Solución
Definimos los siguientes sucesos:

$N \equiv Comprar\ pan\ ; B \equiv Comprar\ bollería$

Los datos del problema son:

$P(N) = 0.6\ y\ P(\bar{N} \cap \bar{B}) = 0.3$

Nos piden $P(\bar{N} \cap B)$: $\boldsymbol{P(\bar{N} \cap B) = P(B - N) = P(B) - P(N \cap B)}$

$$P(\bar{N} \cap \bar{B}) = 0.3 = P(\overline{N \cup B}) = 1 - P(N \cup B), por\ tanto, P(N \cup B)$$
$$= 1 - 0.3 = 0.7$$

$$0.7 = P(N \cup B) = P(N) + P(B) - P(N \cap B) = 0.6 + P(B) - P(N \cap B)$$

Por tanto:

$$\boldsymbol{P(\bar{N} \cap B) = P(B) - P(N \cap B) = 0.7 - 0.6 = 0.1}$$