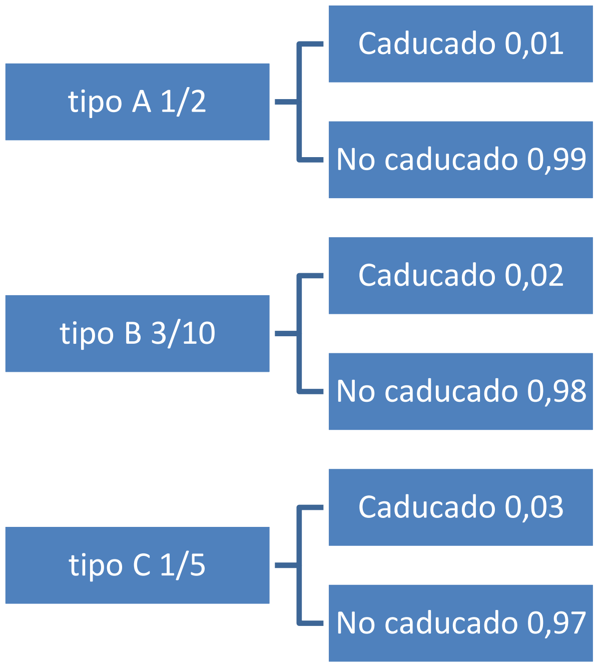
1. En la sección de lácteos de un supermercado se encuentran mezclados y a la venta 100 yogures de la marca A, 60 de la marca B y 40 de la marca C. La probabilidad de que un yogur de la marca A esté caducado es 0,01, 0,02 para la marca B y 0,03 para la marca C. Un comprador elige un yogur al azar:

   a. ¿Cuál es la probabilidad de que el yogur que ha elegido esté caducado?

   b. Sabiendo que el yogur está caducado, ¿cuál es la probabilidad de que sea de la marca B?

Solución

a) Aplicaremos el teorema de la probabilidad total:



Definimos los siguientes sucesos:

$A \equiv Elegir\ un\ yogur\ de\ tipo\ A$

$B \equiv Elegir\ un\ yogur\ de\ tipo\ B$

$C \equiv Elegir\ un\ yogur\ de\ tipo\ C$

$D \equiv El\ yogur\ elegido\ está\ caducado$

$P(D) = P(A)P(D/A) + P(B)P(D/B) + P(C)P(D/C) =$

$$= \frac{1}{2} \cdot 0.01 + \frac{3}{10} \cdot 0.02 + \frac{1}{5} \cdot 0.03 = 0.017$$

b) La pregunta que nos hacen puede expresarse:

$$P(B/D) = \frac{P(D/B) \cdot P(B)}{P(D)} = \frac{\frac{3}{10} \cdot 0.02}{0.017} = \frac{6}{17} = 0.353$$

2. Se sabe que un 75% de la población es seguidora de una serie A, mientras que el 35% de la población es seguidora de otra serie B. El 12% de la población sigue ambas series. Si se selecciona un ciudadano al azar, cuál es la probabilidad de que:

   a. No vea ninguna serie

   b. Vea alguna serie

   c. Solo vea la serie A

   d. Solo vea una de las dos series.

Solución

Definimos los siguientes sucesos:

$$A \equiv Ser\ seguidor\ de\ la\ serie\ A$$

$$B \equiv Ser\ seguidor\ de\ la\ serie\ B$$

Los datos que nos dan pueden ser expresados de la siguiente forma:

$P(A) = 0.75\,; P(B) = 0.35\,; P(A \cap B) = 0.12$

a) $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - \big(P(A) + P(B) - P(A \cap B)\big) = 1 - (0.75 + 0.35 - 0.12) = 0.02$

b) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.75 + 0.35 - 0.12 = 0.98$

c) $P(A \cap \bar{B}) = P(A) - P(A \cap B) = 0.75 - 0.12 = 0.63$

d) $P\big((A \cap \bar{B}) \cup (\bar{A} \cap B)\big) = P(A \cap \bar{B}) + P(\bar{A} \cap B) = 0.75 - 0.12 + 0.35 - 0.12 = 0.86$

Importante: la unión anterior es una suma de probabilidades pues los sucesos son incompatibles, la intersección de los sucesos es el conjunto vacío.

3. Sean A y B dos sucesos tales que $P(A) = \frac{3}{4}$, $P(B) = \frac{1}{2}$ y $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = \frac{1}{20}$. Calcula $P(A \cup B), P(A \cap B), P(\bar{A}/B)\ y\ \ P(\bar{B}/A)$.

   Solución

   $$P(A \cup B) = 1 - P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 1 - \frac{1}{20} = \frac{19}{20}$$

   $$P(A \cap B) = -P(A \cup B) + P(A) + P(B) = -\frac{19}{20} + \frac{3}{4} + \frac{1}{2} = \frac{3}{10}$$

   $$P(\bar{A} \big/ B) = \frac{P(\bar{A} \cap B)}{P(B)} = \frac{P(B) - P(A \cap B)}{\frac{1}{2}} = \frac{\frac{1}{2} - \frac{3}{10}}{\frac{1}{2}} = \frac{2}{5}$$

   $$P(\bar{B} \big/ A) = \frac{P(\bar{B} \cap A)}{P(A)} = \frac{P(A) - P(A \cap B)}{\frac{3}{4}} = \frac{\frac{3}{4} - \frac{3}{10}}{\frac{3}{4}} = \frac{3}{5}$$

4. La probabilidad de romper una galleta al ser envasada es el 1%. Si en un envase hay 10 galletas, ¿cuál es la probabilidad de que al menos una galleta esté rota debido a la operación de envasado?

   Solución

   El experimento aleatorio se ajusta a una distribución de probabilidad binomial de probabilidad p=0.01 (éxito será la galleta está rota) y n=10.

   Nos piden:

   $$P(X \geq 1) = 1 - P(X < 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - \binom{10}{0}(0.01)^0 \cdot (0.99)^{10} = 1 - 0.904 = 0.096$$

5. Los miembros de una sociedad europea de Amigos del Camino de Santiago son el 30 % españoles, el 60 %

franceses y el resto de otras nacionalidades. Los franceses de la sociedad son peregrinos en la proporción de uno de cada mil, los españoles en la proporción de uno de cada cien, mientras que el resto de los miembros de la sociedad es peregrino en la proporción de uno de cada diez mil. Se elige al azar un miembro de la sociedad. a) ¿Cuál es la probabilidad de que sea peregrino? b) Si el miembro elegido resultó ser peregrino del Camino de Santiago, ¿cuál es la probabilidad de que no sea español ni francés?

Solución

Construiremos una tabla:

	Españoles	Franceses	Otras	Totales
Peregrinos	3	60	0.1	63.1
No peregrinos	2997	5940	999.9	9936.9
	3000	6000	1000	10000

$R \equiv Ser\ peregrino$

$$P(R) = \frac{63.1}{10000} = 0.00631$$

$E \equiv Ser\ español\ ; F \equiv Ser\ francés$

$$P(\overline{E \cup F}/R) = \frac{\mathrm{P}((\overline{E \cup F}) \cap R)}{\mathrm{P(R)}} = \frac{\frac{0.1}{10000}}{0.00631} = \frac{1}{631} = 0.0016$$

6. El diámetro de las cabezas de unos tornillos sigue una distribución normal de media μ = 5,5 mm y desviación típica σ = 0,8 mm, sabiendo que los tornillos son aprovechables si su diámetro está entre 4,3 y 7,1 mm, ¿cuál es el porcentaje de tornillos aprovechables?

Solución

Se trata de una distribución N(5.5;0.8). Sea X la variable aleatoria que se corresponde con la distribución, el porcentaje lo calcularemos calculando la probabilidad de que X se encuentre entre los valores pedidos, esto es:

$$P(4.3 \leq X \leq 7.1) = P\left(\frac{4.3-5.5}{0.8} \leq Z \leq \frac{7.1-5.5}{0.8}\right) = P(-1.5 \leq Z \leq 2) = P(Z \leq 2) - P(Z \leq -1.5) = 0.9772 - \left(1 - P(Z \leq 1)\right) =$$

$$= 0.9772 - \left(1 - P(Z \leq 1)\right) = 0.9772 - (1 - 0.9332)) = 0.9104$$

Por tanto, el porcentaje de tornillos aprovechables es del $0.9104 \cdot 100 = 91.04\%$