

## Soluciones semana del 29/11/21 al 5/12/21

- a) Un opositor se sabe 28 de los 40 temas de un examen. En el examen se eligen al azar 2 de los 40 temas. ¿Cuál es la probabilidad de que el opositor se sepa los dos temas? ¿Cuál es la probabilidad de que se sepa al menos uno de los dos temas?

## Solución

Sean los sucesos

$S_1 \equiv$  El opositor se sabe el primer tema y  $S_2 \equiv$  El opositor se sabe el segundo tema

La probabilidad de que se sepa los dos temas es:

$$P(S_1 \cap S_2) = P(S_1)P(S_2/S_1) = \frac{28}{40} \cdot \frac{27}{39} = 0,48$$

Si  $A \equiv$  Se sabe al menos un tema, vamos a calcular su complementario (no conoce ningún tema):

$$P(A) = 1 - P(\bar{A})$$

$$P(\bar{A}) = P(\bar{S}_1 \cap \bar{S}_2) = \frac{12}{48} \cdot \frac{11}{47} = 0,058$$

Por tanto, sabrá al menos un tema:  $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - 0,058 = 0,94$

- b) Se sabe que la cantidad de hidratos de carbono de las barritas energéticas de una marca es una variable aleatoria con distribución normal de desviación típica 1,5 gramos. Elegimos una muestra aleatoria simple de 75 barritas, les medimos la cantidad de hidratos de carbono y calculamos su promedio, que resulta ser igual a 23,8 gramos. Calcular el intervalo de confianza al 98% para la media de la cantidad de hidratos de carbono en las barritas de esa marca.

## Solución

El intervalo de confianza viene dado por:

Sabemos que  $\sigma = 1,5$ ;  $n = 75$ ;  $\bar{x} = 23,8$

El intervalo de confianza viene dado por

$$IC = \left( \bar{x} - Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right)$$

Sabemos que  $P(Z \leq Z_{\alpha/2}) = \frac{1+0,98}{2} = 0,99$  buscando en la tabla  $Z_{\alpha/2} = 2,325$

z	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931

Por tanto, el intervalo buscado es:

$$IC = \left( 23,8 - 2,325 \frac{1,5}{\sqrt{75}}, 23,8 + 2,325 \frac{1,5}{\sqrt{75}} \right) = (23,39; 24,20)$$

- c) En la Facultad de Economía de una universidad se pueden estudiar 3 grados: Grado en Contabilidad, Grado en Economía y Grado en Empresariales. En todos los grados hay un grupo de mañana y un grupo de tarde. La distribución de los estudiantes en cada uno de los grados, según grupo de mañana y de tarde es:

	Grado en Contabilidad	Grado en Economía	Grado en Empresariales
Mañana	395	278	538
Tarde	240	306	486

Se elige al azar un estudiante de la Facultad:

- ¿Cuál es la probabilidad de que sea del grupo de tarde del Grado en Contabilidad?
- Se elige al azar un estudiante del grupo de tarde. ¿Cuál es la probabilidad de que sea del Grado en Contabilidad?
- Se elige al azar un estudiante de la Facultad. Sea A el suceso "Es del Grado en Contabilidad" y B el suceso "Es del grupo de tarde", ¿son independientes los sucesos A y B?

- d) Se eligen al azar dos estudiantes distintos de la Facultad.  
¿Cuál es la probabilidad de que los dos sean del grupo de tarde?
- e) Se eligen al azar dos estudiantes distintos de la Facultad.  
¿Cuál es la probabilidad de que sean del mismo Grado?

### Solución

	C	E	R	
M	395	278	538	1211
T	240	306	486	1032
	635	584	1024	2243

Hemos incluido los totales para poder resolver el problema:

a.  $P(T \cap C) = \frac{240}{2243} = 0,1$

b.  $P(C/T) = \frac{P(T \cap C)}{P(T)} = 0,1 \cdot \frac{1032}{2243} = 0,217$

- c.  $A \equiv$  Es del Grado en Contabilidad  $B \equiv$  Es del grupo de tarde

Si A y B son independientes entonces la probabilidad de su intersección debería ser igual al producto de las probabilidades.

$$P(A) = \frac{395}{2243}; P(B) = \frac{1032}{2243}; P(A \cap B) = 0,1; P(A)P(B) = 0,081$$

Al ser distintas las probabilidades, los sucesos no son independientes.

d.  $P(T_1 \cap T_2) = \frac{1032}{2243} \cdot \frac{1031}{2242} = 0,211$

- e. Podemos expresar la probabilidad como:

$$P((C_1 \cap C_2) \cup (E_1 \cap E_2) \cup (R_1 \cap R_2)) =$$

Como cada conjunto es disjunto:

$$= P(C_1 \cap C_2) + P(E_1 \cap E_2) + P(R_1 \cap R_2) =$$

Aplicando la fórmula de la probabilidad condicionada:

$$= P(C_1)P(C_2/C_1) + P(E_1)P(E_2/E_1) + P(R_1)P(R_2/R_1) =$$

Calculando:

$$= \frac{635}{2243} \cdot \frac{634}{2242} + \frac{584}{2242} \cdot \frac{583}{2242} + \frac{1024}{2242} \cdot \frac{1023}{2242} = 0,356$$