Soluciones semana del 13/12/21 al 19/12/21

1. El 40% de los sábados Marta va al cine, el 30% va de compras y el 30% restante juega a videojuegos. Cuando va al cine, el 60% de las veces lo hace con sus compañeros de baloncesto. Lo mismo le ocurre el 20% de las veces que va de compras, y el 80% de las veces que juega a videojuegos. Se pide:
    a. Hallar la probabilidad de que el próximo sábado Marta no quede con sus compañeros de baloncesto.
    b. Si se sabe que Marta ha quedado con los compañeros de baloncesto, ¿cuál es la probabilidad de que vayan al cine?

Solución

En primer lugar vamos a definir los sucesos que utilizaremos:

$C \equiv \text{Marta va los sábados al cine}$

$R \equiv \text{Marta va los sábados de compras}$

$V \equiv \text{Marta juega a los videojuegos los sábados}$

$B \equiv \text{Marta va los sábados con sus compañeros}$

Como podemos observar podemos utilizar el teorema de probabilidad total, pues las actividades que Marta hace los sábados son mutuamente excluyentes (incompatibles) y no hay ninguna otra actividad que realice (la suma de las probabilidades es 1). Además, el suceso "acompaña a sus compañeros de baloncesto" depende de la actividad que haga.

A continuación, se asignan las probabilidades que necesitaremos para realizar los cálculos. Esta información puede consignarse en un árbol:

$P(C) = 0.4\,;\ P(R) = 0.3\,;\ P(V) = 0.3$

$P(B/C) = 0.6\,; P(B/R) = 0.2\,;\ P(B/V) = 0.8$

La primera pregunta la contestaremos utilizando el problema de probabilidad total:

$P(\overline{B}) = P(C)P(\overline{B}/C) + P(R)P(\overline{B}/R) + P(V)P(\overline{B}/V) =$

$= 0.4 \cdot 0.4\ + 0.3 \cdot 0.8\ + 0.3 \cdot 0.2 = 0.46$

Para contestar a la segunda pregunta, utilizaremos el teorema de Bayes:

$$P(C/B) = \frac{P(C)P(B/C)}{P(B)} = \frac{0.4 \cdot 0.6}{0.54} = 0.44$$

2. Dados dos sucesos A y B, de un experimento aleatorio, con probabilidades tales que $P(A) = 4/9 \; P(B) = 1/2 \; y \; P(A \cup B) = 2/3$, se pide:
    a. Comprobar si los sucesos A y B son independientes o no
    b. Calcular $P(\bar{A}/B)$ donde $\bar{A}$ denota el suceso complementario de A.

Solución

Dos sucesos son independientes si la probabilidad de la intersección coincide con el producto de sus probabilidades. Realicemos los cálculos:

$$P(A)P(B) = 4/9 \cdot 1/2 = \frac{2}{9}$$

$$\frac{2}{3} = P(A \cup B) = \mathrm{P(A) + P(B)\text{-}P(A \cap B)} = \frac{4}{9} + \frac{1}{2}\text{-}\mathrm{P(A \cap B)}$$

Despejando la intersección: $\mathrm{P(A \cap B)} = \frac{4}{9} + \frac{1}{2} - \frac{2}{3} = \frac{5}{18}$

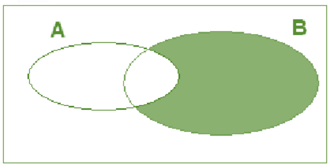
Por tanto, no son independientes.

Para el segundo apartado:

$$P(\bar{A}/B) = \frac{\mathrm{P(\bar{A} \cap B)}}{\mathrm{P(B)}} = \frac{\mathrm{P(B)\text{-}P(A \cap B)}}{\mathrm{P(B)}} = \frac{\frac{1}{2} - \frac{5}{18}}{\frac{1}{2}} = \frac{4}{9}$$

Nota.-

$\mathrm{P(\bar{A} \cap B) = P(B)\text{-}P(A \cap B)}$



3. La variable aleatoria IMC (índice de masa corporal, de modo abreviado) de las personas adultas de un determinado país sigue una distribución normal de media 26 y desviación típica de 6. Si tener un IMC superior a 35 significa ser obeso, encontrar la proporción de personas adultas obesas de ese país.

   Solución

   La distribución que utilizaremos será $\mathrm{N}(26{,}6)$. La probabilidad que nos piden es:

   $$\mathrm{P}(\mathrm{X} > 35) = \mathrm{P}\left(\mathrm{Z} > \frac{35\text{-}26}{6}\right) = \mathrm{P}(\mathrm{Z} > 1{,}5) = 1\text{-}\mathrm{P}(\mathrm{Z} < 1.5) = 1\text{-}0.9332 = 0{,}0668$$

   Por tanto, la proporción de personas obesas es del 6,68%.