Semana del 17/01/22 al 23/01/22

1. En un determinado hospital, el tiempo de espera para una intervención en el servicio de cirugía vascular sigue una distribución normal con una desviación típica de 15 días.
    a. Al analizar el tiempo esperado por 100 pacientes atendidos en el servicio se obtuvo que la espera media fue de 43 días. Obtener un intervalo de confianza al 85% para la media del tiempo de espera en cirugía vascular.
    b. Tomando la muestra del apartado anterior, determinar el nivel de confianza que daría lugar a (41,45) como intervalo de confianza para la media del tiempo de espera.

Solución

Sabemos que $\boldsymbol{\sigma} = 15$; $\boldsymbol{n} = \mathbf{100}$; $\overline{\boldsymbol{x}} = 43$

El intervalo de confianza viene dado por

$$\boldsymbol{IC} = \left(\overline{\boldsymbol{x}} - \boldsymbol{Z}\alpha_{/2} \frac{\boldsymbol{\sigma}}{\sqrt{\boldsymbol{n}}}, \overline{\boldsymbol{x}} + \boldsymbol{Z}\alpha_{/2} \frac{\boldsymbol{\sigma}}{\sqrt{\boldsymbol{n}}} \right)$$

Sabemos que $\boldsymbol{P}\left(\boldsymbol{Z} \le \boldsymbol{Z}\alpha_{/2}\right) = \frac{1+0.85}{2} = \mathbf{0.925}$ buscando en la tabla $\boldsymbol{Z}\alpha_{/2} = \mathbf{1.}435$

Por tanto, el intervalo buscado es:

$$\text{IC} = \left(43 - \mathbf{1.}435\frac{15}{\sqrt{100}}, 43 + \mathbf{1.}435\frac{15}{\sqrt{100}}\right) = (40{,}8475; 45{,}1525)$$

Para el segundo apartado sabemos que la amplitud del intervalo es 45-41=4, por tanto:

$$\boldsymbol{Z}\alpha_{/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2\ ;\ \boldsymbol{Z}\alpha_{/2}\frac{15}{\sqrt{100}} = 2\ ;\ \boldsymbol{Z}\alpha_{/2} = \frac{20}{15} = 1{,}33\ ;\ \boldsymbol{P}\left(\boldsymbol{Z} \le \boldsymbol{Z}\alpha_{/2}\right) = 0{,}9082$$

$$\frac{1 + (1\text{-}\boldsymbol{\alpha})}{\mathbf{2}} = 0{,}9082\ ;\ 1\text{-}\alpha = 2 \cdot 0{,}9082\text{-}1\ ;\ 1\text{-}\alpha = 0{,}8164$$

Por tanto, el nivel de confianza es de 81,64%.

2. Durante las fiestas de San Bernabé del pasado año, seis de cada diez personas que acudieron a la degustación del pan, el pez y el vino adquirieron la tradicional jarra de barro para tomar el vino. Una de cada cuatro personas que adquirió la jarra no consumió vino y cuatro de cada cinco personas que no la compraron tampoco lo tomaron.
    a. Calcula el porcentaje de personas que bebieron vino en la degustación.
    b. Un amigo mío no tomó vino el año pasado, ¿cuál es la probabilidad de que mi amigo comprase la jarra?

Solución

Definimos en primer lugar los sucesos que vamos a utilizar para resolver el problema:

$\mathrm{J} \equiv$ La persona adquirió la jarra de barro

$\mathrm{C} \equiv$ La persona consumió vino

Las probabilidades asociadas a los anteriores sucesos:

$$P(J) = \frac{6}{10} = 0{,}6\,;\; P(\bar{J}) = 0{,}4\,;\; P(\bar{C}/J) = \frac{1}{4} = 0{,}25\,;\; P(\bar{C}/\bar{J}) = 0{,}8$$

Vamos en primer lugar a calcular el complementario (los que no bebieron vino) pues es más fácil con los datos que tenemos, posteriormente a 1 le restaremos el resultado para calcular el porcentaje pedido. Utilizaremos el teorema de probabilidad total:

$$P(\bar{C}) = P(J)P(\bar{C}/J) + P(\bar{J})P(\bar{C}/\bar{J}) = 0{,}6 \cdot 0{,}25 + 0{,}4 \cdot 0{,}8 = 0.47$$

$$P(C) = 1\text{-}P(\bar{C}) = 1\text{-}0{,}47 = 0{,}53$$

Para responder la segunda pregunta utilizaremos el teorema de Bayes:

$$P(J/\bar{C}) = \frac{P(J)P(\bar{C}/J)}{P(\bar{C})} = \frac{0{,}6 \cdot 0{,}25}{0{,}47} = 0{,}319$$

3. Un banco diseña diversos tipos de préstamos para empresas y particulares. A estos últimos les fueron concedidos el 60% del total. Pasado un tiempo, el banco no recuperó el 6% de los créditos a empresas y el 20% de los particulares.
   a. Si se selecciona un crédito al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea moroso?
   b. Entre los créditos que son morosos, ¿qué probabilidad corresponden a empresas?

Solución

Definimos en primer lugar los sucesos que vamos a utilizar para resolver el problema:

$\mathrm{E} \equiv \text{El préstamo se ha concedido a una empresa}$

$\mathrm{R} \equiv \text{El préstamo se recuperó}$

Las probabilidades asociadas a los anteriores sucesos:

$$\mathrm{P(E)} = 0{,}4\,;\ \mathrm{P}(\overline{\mathrm{E}}) = 0{,}6\,;\ \mathrm{P}(\overline{\mathrm{R}}/\mathrm{E}) = 0{,}06\,;\ \mathrm{P}(\overline{\mathrm{R}}/\overline{\mathrm{E}}) = 0{,}2$$

$$\mathrm{P}(\overline{\mathrm{R}}) = \mathrm{P(E)}\ \mathrm{P}(\overline{\mathrm{R}}/\mathrm{E}) + \mathrm{P}(\overline{\mathrm{E}})\mathrm{P}(\overline{\mathrm{R}}/\overline{\mathrm{E}}) = 0{,}4 \cdot 0{,}06 + 0{,}6\ \cdot 0{,}2 = 0{,}144$$

La segunda pregunta se puede resolver de la siguiente manera:

$$\mathrm{P}(\mathrm{E}/\overline{\mathrm{R}}) = \frac{\mathrm{P(E)}\ \mathrm{P}(\overline{\mathrm{R}}/\mathrm{E})}{\mathrm{P}(\overline{\mathrm{R}})} = \frac{0{,}4 \cdot 0{,}06}{0{,}144} = 0{,}166$$