

01-Sistemas de numeración

La Humanidad ha necesitado tener la cuenta de su ganado, pertenencias, etc. y para ello ha desarrollado distintos sistemas para contar. Lo más natural fue el uso de los dedos de la mano, de donde proviene el término dígito, y fue un sistema usado en Babilonia y del cual llega hasta nosotros la medición del tiempo. En los tiempos de la Roma clásica se utilizó un sistema a base de letras de valor fijo que se van sumando o restando. Actualmente utilizamos un sistema en el cual hay diez dígitos:

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

Se trata de un sistema posicional, en el que cada dígito tiene un valor distinto dependiendo de la posición en que se encuentre. Contar con este sistema nos resulta muy familiar: hay que ir aumentando unidades hasta llegar a la última, y después se añade una decena y las unidades vuelven a cero (después del 9 va el 10). Así se va aumentando de decenas y cuando se alcanza el último dígito tanto en decenas como en unidades, se aumenta una centena (después del 99 va el 100). Del mismo modo existen más sistemas, ampliamente utilizados en electrónica e informática.

SISTEMA BINARIO NATURAL

Este es el sistema utilizado por la electrónica, donde una serie de interruptores y transistores pueden tener dos estados: tienen corriente o no la tienen. El primer caso se representa con un 1 y el segundo con un 0. El sistema de numeración con estos dos dígitos sigue las mismas reglas que el sistema decimal:

0, 1, 10, 11, 100, 101, 110, 111, 1000,

Como es un sistema posicional, obtener el valor decimal equivalente de un número binario es sencillo, basta con ir multiplicando por potencias sucesivas de dos cada dígito binario.

Y para obtener el número binario equivalente a un número decimal dado, el proceso consiste en ir dividiendo entre dos para luego tomar el último cociente y los restos obtenidos. Cuando hay decimales hay que ir multiplicando por dos y tomando la unidad que vaya saliendo.

SISTEMA BINARIO BCD NATURAL

El sistema binario es muy útil para realizar operaciones aritméticas, pero para que una calculadora muestre resultados suele utilizarse otro sistema, en el cual cada cifra decimal se sustituye por su combinación binaria. A este sistema se le suele denominar BCD 8421, por los valores que toman cada uno de los números binarios.

A partir de este sistema, se desarrollan otros como el BCD Aiken, en el cual las cifras menores que 5 se sustituyen por su equivalente binario, mientras que los códigos de las cifras entre 5 y 9 empiezan por un 1 (al que se da el valor de 2) y el resto de unos y ceros se calcula completando el valor decimal. Este sistema se llama también de complemento a 9, porque los números mayores que 4 se obtienen invirtiendo aquél que le complementa hasta 9.

De forma análoga al código BCD natural, a este código se le suele denominar BCD 2421.

La importancia de los sistemas binarios está en que un ordenador basa todo su funcionamiento en que tiene en su interior pequeños transistores, a los que sólo se permite funcionar conduciendo la electricidad o sin hacerlo. En el primer caso diremos que representa un uno (1), y en el segundo, diremos que es un cero (0). De esta forma, si juntamos varios interruptores, podemos tener representada una serie de unos y ceros. Cada cifra se llama bit y al conjunto de ocho (actualmente de 32 ó de 64), byte (se pronuncia "bait").

Con este sistema tan simple, y con la posibilidad de manejar miles de millones de datos en un segundo, un microprocesador pueden realizar una gran variedad de funciones, como sacar información por una pantalla, interpretar qué tecla se ha pulsado en un teclado, realizar cálculos, etc.

SISTEMA HEXADECIMAL

Este sistema cuenta con 16 dígitos:

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F

y se puede calcular la equivalencia entre el valor decimal de un hexa de forma similar a como se hace con los binarios, pero ahora la base de numeración es 16, valor que habrá que ir elevando a las sucesivas potencias.

Y el cálculo del número hexadecimal a partir del decimal se realiza dividiendo entre 16.

Lo que hace interesante el sistema hexadecimal es la inmediatez de transformación entre un número hexa y su equivalente binario natural. Basta con escribir las cuatro cifras binarias de cada dígito para tener la equivalencia. Los códigos de colores, direcciones, etc. de los programas informáticos suelen estar llenos de cifras y letras por esta simplicidad de transformación a código binario, que es el que realmente utilizan los ordenadores.

02-Puertas lógicas

Los ordenadores trabajan con números binarios, y pueden realizar dos tipos de operaciones: **aritméticas**, que consisten en sumar, restar, multiplicar,... números binarios con las mismas reglas que usamos en los números decimales, y **operaciones lógicas**, que consisten en obtener un resultado o salida que depende de la combinación de los datos de entrada. Estas operaciones se representan mediante tablas de verdad.

Las tres operaciones lógicas básicas son:

FUNCIÓN AND

La salida es un 1 únicamente cuando todas las entradas tienen valor 1:

$$S = a \times b$$

FUNCIÓN OR

La salida es un 1 cuando al menos una de las entradas tiene valor 1:

$$S = a + b$$

FUNCIÓN NOT

Esta función, también llamada inversor, invierte el valor de la entrada:

$$S = \hat{a}$$

Estas funciones se pueden realizar también mediante circuitos neumáticos, eléctricos o electrónicos mediante circuitos integrados. Asociando puertas se pueden realizar funciones complejas, de las cuales se puede expresar su función y su tabla de verdad:

$$S = (a \times b) + (b \times c)$$

OBTENCIÓN DE FUNCIONES

Cuando se realiza un diseño con funciones lógicas, primero se confecciona la tabla de verdad que se debe cumplir. A partir de ella se obtiene la función o expresión booleana. Para ello hay dos posibles métodos:

* **Primera forma canónica**, suma de minitérminos

Se buscan las combinaciones en que la salida sea 1. En esas combinaciones se deben cumplir simultáneamente las entradas, por lo que se relacionan con una función AND, escribiendo las variables cuyo valor sea cero como negadas. Cualquiera de esas combinaciones se llama **minitérmino**, y cada una es igualmente válida, por lo que se pueden relacionar mediante una función OR. A la expresión obtenida se le denomina primera forma canónica.

* **Segunda forma canónica**, producto de maxitérminos

Este procedimiento se basa en eliminar todos los casos desfavorables, por lo tanto se buscan las combinaciones en que la salida sea 0. En esas combinaciones se deben cumplir simultáneamente que las entradas sean nulas, por lo que se relacionan con una función OR, escribiendo las variables cuyo valor sea uno como negadas. Cualquiera de esas combinaciones se llama **maxitérmino**, y cada una debe ser eliminada, por lo que se relacionan mediante una función AND. A la expresión obtenida se le llama segunda forma canónica.

Se elegirá uno u otro método dependiendo de que sean mayoría los ceros o los unos en la tabla.

SIMPLIFICACIÓN DE FUNCIONES

El sistema formado por los elementos $\{0, 1\}$ con las operaciones $\{+, \cdot, \bar{}\}$ es una estructura matemática denominada álgebra, y en honor al matemático inglés George Boole, que fue el primero en definirla a mediados del siglo XIX, se llama Álgebra de Boole. Este sistema tiene una serie de propiedades, mediante las cuales se puede realizar una simplificación de las expresiones anteriormente obtenidas.

El sistema de simplificación algebraica es tedioso y dado a equívocos, por lo que se utilizan métodos más sencillos y sistemáticos, como el **método de Karnaugh**. Este método comienza por obtener el mapa de la función, que es una tabla en la que aparecen todas las combinaciones de la tabla de verdad. Una vez que tenemos el mapa de Karnaugh, se realizan agrupaciones por parejas de unos. Ésto significa que en cada agrupación aparece una variable y su negación, por lo que se puede eliminar esa variable.

Con la función lógica es sencillo dibujar el circuito lógico o logigrama que cumple la función. A todo el proceso de obtención de la función y dibujo del logigrama se le llama implementar la función.

03-Otras puertas lógicas

Las puertas AND, OR y NOT son las más básicas, pero existen más y más ampliamente utilizadas.

FUNCIÓN NAND

Se trata de negar la salida de una puerta AND, por lo cual el valor de salida es un 0 únicamente cuando todas las entradas tienen valor 1.

FUNCIÓN NOR

De forma análoga a la anterior, se trata de una puerta OR cuya salida es negada. La salida es un 1 únicamente cuando todas las entradas tienen valor 0.

FUNCIÓN XOR

A esta función también se le denomina OR EXCLUSIVA, ya que la salida es un 1 únicamente cuando una y sólo una de las entradas tiene valor 1.

La importancia de estas funciones, especialmente las NAND y la NOR estriba en que son baratas de fabricar y sobre todo en que se puede sustituir cualquier puerta básica con ellas, por lo que un circuito lógico se puede implementar con puertas de un único tipo, y eso sí supone un ahorro, pues en un solo circuito integrado puede haber miles de puertas, todas ellas creadas a partir de transistores.

LÓGICA NAND

Cada función básica se puede sustituir mediante puertas NAND.

Para la demostración de la última función se hace uso de las Leyes de De Morgan, una de las propiedades del Álgebra de Boole.

Así, en una función se sustituye cada puerta por su equivalente NAND. Luego se eliminan las negaciones seguidas, con lo que queda la función final. Si el circuito es una primera forma canónica de la función, el proceso es sustituir cada puerta, sea del tipo que sea, por una NAND.

LÓGICA NOR

De forma idéntica a la puerta NAND, cada función básica también se puede sustituir mediante puertas NOR.

04-Combinacionales derivados

Los circuitos combinacionales a base de puertas lógicas son la base de otros circuitos más complejos, como pueden ser:

CODIFICADORES

Para realizar la conversión entre sistemas de numeración no se realizan las operaciones de multiplicación, división, etc. que vimos al principio del tema. Como sólo hay una posible salida para

cada combinación en la entrada, ésto se realiza mediante puertas lógicas, y el circuito integrado que lo realiza se llama codificador. Los dos más conocidos son:

- Codificador de Decimal a BCD
- Codificador de BCD a Decimal
- BCD a 7 segmentos, para iluminar los displays que muestran números

MULTIPLEXORES/DEMULTIPLEXORES

Los ordenadores trabajan internamente con conducciones en paralelo para transmitir bytes. Ahora bien, cuando se transfieren estos datos a otros ordenadores es corriente hacerlo en serie, es decir, un bit tras otro, como ocurre en la transmisión telefónica por ADSL o en las conexiones USB. Para transformar valores en paralelo a serie se usan los multiplexores, y los demultiplexores para transformar de serie a paralelo.

Multiplexor: Transfiere a la salida el valor que se haya seleccionado entre varias entradas. La entrada que se transfiere se determina mediante unas entradas de selección. Hay 2^n entradas y n entradas de selección

Demultiplexor: Recibe señales por su única entrada y las transfiere a la salida que se haya fijado mediante unas entradas de selección. De forma análoga a la anterior, hay n entradas de selección para controlar 2^n salidas

COMPARADOR

Este elemento compara los valores de dos entradas binarias de varios bits, y se pueden activar tres salidas, una para indicar que el primer valor es mayor que el segundo, otra para indicar que es menor o una tercera para indicar que son iguales.

Los comparadores son los circuitos utilizados, por ejemplo, para el control de ascensores, donde se marca el piso deseado y el motor gira en un sentido o en otro hasta alcanzar el valor deseado.

05-Circuitos secuenciales

Las puertas lógicas y los circuitos creados con ellas constituyen la lógica combinacional, llamada así porque la salida únicamente depende de la combinación de las variables de entrada que haya.

Existe un segundo grupo de circuitos lógicos denominados secuenciales llamados así porque la salida depende, además de las variables de entrada, del valor que previamente hubiera en la salida. Ésto significa que estos circuitos están dotados de memoria. Además, una gran parte de los circuitos secuenciales sólo se activan con una señal cíclica o de reloj, y se denominan circuitos secuenciales síncronos.

El tiempo de activación puede durar mientras dure la señal de reloj (activación por pulso) o el instante de cambio de 0 a 1 (activación por flanco, ascendente o descendente)

Como veremos más adelante, en los elementos activados por flanco se dibuja un pequeño triángulo en la conexión del reloj, que se completa con un círculo para especificar que el flanco es descendente, que es la activación más frecuente.

Para el estudio de los circuitos secuenciales se hace uso del cronograma, la representación gráfica de cómo evolucionan en el tiempo tanto las entradas como la salida del circuito.

Los circuitos secuenciales básicos se denominan biestables, básculas o flip-flops, y entre ellos tenemos:

BIESTABLE R-S ASÍNCRONO

Consiste en un elemento con dos entradas, una denominada R (del inglés RESET) que cuando tiene voltaje pone a cero la salida, y otra entrada S (de SET) que pone la salida a uno cuando tiene voltaje.

Cuando las dos entradas tienen valor 0, no se producen cambios en la salida; pero si ambas tienen valor 1, el biestable no tiene claro qué debe hacer, y la salida puede quedarse inalterada o cambiar, dependiendo del azar.

A los biestables se les suele poner dos salidas, tanto la Q como su negada \bar{Q} por motivos de construcción,

BIESTABLE R-S SÍNCRONO

Además de las dos entradas, R y S, en este caso hay otra entrada marcada como C o Clk (del inglés CLOCK). Funciona exactamente igual que su equivalente asíncrono, pero sólo funciona durante el pulso de reloj:

BIESTABLE J-K SÍNCRONO

Estos elementos se desarrollan para obviar el problema de que ambas entradas R y S tengan una salida indeterminada cuando ambas valen 1. En el biestable J-K, la entrada J tiene la función de poner a cero (RESET) y la entrada K pone a uno la salida (SET). Pero cuando ambas tienen valor 1, la salida invierte el valor que tuviera.

Aunque también existe una variedad asíncrona, este biestable suele ser síncrono, es decir, todos estos cambios se producen únicamente durante el pulso de reloj (activados por pulso) o en el cambio de 0 a 1 o viceversa (activados por flanco):

BIESTABLE D

En este último biestable, la señal de entrada D (del inglés DATA) es transferida a la salida con el pulso de reloj. La activación de estos biestables suele ser por flanco, por lo cual en la patilla Clk se dibuja un pequeño triángulo:

Todos los biestables se comercializan en forma de circuitos integrados, y además de las patillas propias de cada tipo, existen dos patillas para alimentación (+ y -) y dos patillas más, una PRESET que pone a uno la salida y otra RESET que pone a cero la salida.

Estos biestables están constituidos por puertas lógicas, y son utilizados para implementar los circuitos secuenciales más complejos, que son: contadores, registros y memorias. Para estudiar el funcionamiento de los circuitos con biestables además de los cronogramas se pueden hacer tablas de verdad, en las que se debe poner el estado anterior como una entrada más.

Y también se pueden analizar los cambios mediante diagramas de fase, en los que se analizan las combinaciones que provocan el cambio de uno a otro estado. Para el caso del J-K:

06-Otros circuitos secuenciales

Los biestables, junto con algunas puertas lógicas, son los componentes de circuitos más complejos con utilidad real. Entre éstos destacan:

- Contadores
- Registros de desplazamiento
- Memorias

CONTADORES

Son circuitos cuya salida representa el número de impulsos que se han producido en la entrada, mostrando el resultado en sistema binario o en sistema decimal.

En el caso de contadores binarios se utilizan biestables JK síncronos, con las entradas a 1 para que se produzca la inversión de la salida con cada pulso de reloj. La salida de cada JK no sólo constituye un bit, sino que también sirve para accionar al siguiente JK.

Este tipo de contadores se denominan de rizado, y hay que notar que se activan por pulso descendente (o negativo), y que siempre hay una conexión de reseteo o puesta a cero. El caso más típico es el contador BCD, pero también existen contadores decimales, hexa,...

REGISTROS DE DESPLAZAMIENTO

Estos circuitos se utilizan para realizar la conversión de datos recibidos en serie y transformarlos en datos en paralelo, o viceversa. Es el tipo de elementos que se encuentran en los módem, para transformar los pitidos que llegan por la línea telefónica (unos y ceros) en bytes o palabras que se transmiten al ordenador, cuando se reciben datos. Cuando el ordenador envía datos, el proceso se invierte, y los bytes se transforman en unos y ceros que se envían como pitidos. Por tanto, los dos tipos de registros de desplazamiento son:

* Registro de carga serie y salida paralelo

Es una cadena de biestables de tipo D que van pasando la información al siguiente con cada pulso de reloj.

* Registro de carga paralelo y salida serie

En este caso también hay biestables tipo D, en los que se cargan los valores y después, con cada pulso de reloj, se van transmitiendo a los sucesivos biestables, y por tanto, van saliendo uno tras otro todos los bits.

MEMORIAS

Las características de memoria de los biestables, en particular los flips-flops tipo D, les hacen muy apropiados para su uso como células de memoria. Para escribir o leer un dato se habilita la conexión D o la Q, respectivamente, mediante dos elementos cuya misión es similar a un conmutador que conecta una u otra conexión a la línea de datos.

Cada una de estas celdas elementales constituye un bit de información. Acoplando varios de estos bits (32 ó 64) se obtiene un byte.

Un bloque de memoria tiene millones de estas unidades (la RAM de un ordenador se mide en megabytes -Mb- o en gigabytes -Gb-). Para seleccionar cada bloque existen decodificadores que envían un impulso a las entradas Clk deseadas, y otro previo para habilitar la lectura o la escritura de datos: