

Variables que interviene en la ecuación. Las dos formas canónicas son:

1ª forma canónica: ecuación con estructura de minterms, es la suma de términos mínimos o suma de productos donde la función tiene como salida '1'

2ª forma canónica: ecuación con estructura de maxterms, es el producto de términos máximos o producto de sumas donde la función tiene como salida '0'

La justificación teórica de la representación booleana por sus formas canónicas queda amparada por el teorema de Shannon. Pondremos el ejemplo de una tabla de verdad de una función lógica de tres entradas y obtendremos sus formas canónicas.

Tabla de Verdad: se expresa en forma de tabla, el resultado que asigna la función lógica para cada combinación de posibles valores de las entradas, por ejemplo:

min	a	b	c	F	Minterms (m_i)	Maxterms (M_i)
0	0	0	0	0	$m_0 = \bar{a} \cdot \bar{b} \cdot \bar{c}$	$M_0 = a + b + c$
1	0	0	1	1	$m_1 = \bar{a} \cdot \bar{b} \cdot c$	$M_1 = a + b + \bar{c}$
2	0	1	0	0	$m_2 = \bar{a} \cdot b \cdot \bar{c}$	$M_2 = a + \bar{b} + c$
3	0	1	1	1	$m_3 = \bar{a} \cdot b \cdot c$	$M_3 = a + \bar{b} + \bar{c}$
4	1	0	0	1	$m_4 = a \cdot \bar{b} \cdot \bar{c}$	$M_4 = \bar{a} + b + c$
5	1	0	1	1	$m_5 = a \cdot \bar{b} \cdot c$	$M_5 = \bar{a} + b + \bar{c}$
6	1	1	0	0	$m_6 = a \cdot b \cdot \bar{c}$	$M_6 = \bar{a} + \bar{b} + c$
7	1	1	1	1	$m_7 = a \cdot b \cdot c$	$M_7 = \bar{a} + \bar{b} + \bar{c}$

Dada una función de n variables, existirá un total de 2^n combinaciones posibles de las mismas.

Cada una de ellas constituye un vector de entrada que se corresponde con una fila de la tabla.

A cada vector de entrada se le hace corresponder un término mínimo o

minterm formado por el producto lógico de sus n variables, afirmado si su valor es 1 y negado si su valor es 0. De igual modo, a cada vector de entrada le corresponde un término máximo o maxterm formado por la suma lógica de sus n variables de entrada, afirmadas si su valor es 0 y negadas si su valor es 1.

Tomando la tabla anterior, su 1ª forma canónica es: $F = \sum_3 m(1, 3, 4, 5, 7) = (\bar{a} \cdot \bar{b} \cdot c) + (\bar{a} \cdot b \cdot c) + (a \cdot \bar{b} \cdot \bar{c}) + (a \cdot \bar{b} \cdot c) + (a \cdot b \cdot c) = m_1 + m_3 + m_4 + m_5 + m_7$

su 2ª forma canónica es: $F'' = \prod_3 M(0, 2, 6) = (a + b + c) \cdot (a + \bar{b} + c) \cdot (\bar{a} + \bar{b} + c) = M_0 + M_2 + M_6$

PASO DE UNA FUNCIÓN NO CANÓNICA A CANÓNICA

Si tenemos una función no canónica y queremos pasarla a canónica para poder leer la tabla de verdad de la función, por ejemplo la función: $F = A + B\bar{C} + AB$ que es no canónica ya que ninguno de sus términos incluye las 3 variables, el procedimiento es el siguiente:

Multipliquemos el 1er término por $(B + \bar{B})$ y $(C + \bar{C})$ ya que son 1 y $A \cdot 1 \cdot 1 = A$ hacemos lo mismo con todos los términos obteniendo:

$$F = A(B + \bar{B})(C + \bar{C}) + (A + \bar{A})B\bar{C} + A\bar{B}(C + \bar{C})$$

$$F = ABC + ABC + A\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}C + A\bar{B}C + A\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}C + A\bar{B}\bar{C}$$

Aplicando la idempotencia $a+a=a$ obtenemos:

$$F = ABC + A\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}C + A\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}C + A\bar{B}\bar{C}$$

1ª forma canónica de la función

2.3 Simplificación de funciones lógicas

Existen dos métodos de simplificación de funciones lógicas, un método algebraico que resulta a menudo complejo y no existe un procedimiento sistemático que garantice el éxito y un método gráfico que resuelve los inconvenientes anteriores mediante el mapa de Karnaugh.

MAPA DE KARNAUGH

Este mapa nos permite representar la tabla de verdad de una función lógica. Para entender el método recordamos la capacidad de simplificación que tienen dos términos tales que entre ellos sólo difieren en una variable '0', es decir, términos adyacentes por ejemplo ABC y $\bar{A}BC$ de modo que si los sumamos $F = ABC + \bar{A}BC = (A + \bar{A})BC = BC$ ya que $A + \bar{A} = 1$. de ahí que el fundamento de Karnaugh sea reducir a un sólo término dos que sean adyacentes.

Para funciones de 2 variables:

A \ B	0	1
0	$\bar{A}\bar{B}$ $A+B$	$\bar{A}B$ $A+B$
1	$A\bar{B}$ $A+B$	AB $A+B$

Para funciones con 3 variables

A \ BC	00	01	11	10
0	$\bar{A}\bar{B}\bar{C}$	$\bar{A}\bar{B}C$	$\bar{A}BC$	$\bar{A}B\bar{C}$
1	$A\bar{B}\bar{C}$	$A\bar{B}C$	ABC	$AB\bar{C}$

Esta estructura es el desarrollo de un cilindro y serán adyacentes las casillas contiguas y los extremos.

AB \ CD	00	01	11	10
00	$\bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D}$	$\bar{A}\bar{B}C\bar{D}$	$\bar{A}B\bar{C}\bar{D}$	$\bar{A}B\bar{C}D$
01	$\bar{A}\bar{B}C\bar{D}$	$\bar{A}\bar{B}CD$	$\bar{A}BC\bar{D}$	$\bar{A}BCD$
11	$A\bar{B}\bar{C}\bar{D}$	$A\bar{B}C\bar{D}$	$AB\bar{C}\bar{D}$	$AB\bar{C}D$
10	$A\bar{B}C\bar{D}$	$A\bar{B}CD$	$ABC\bar{D}$	$ABC\bar{D}$

Esta estructura supone el desarrollo de un toroide y por lo tanto son adyacentes todas las casillas contiguas pero también las de los extremos.

Una vez que sabemos realizar el mapa veremos la forma de operación sistemática del mismo y para ello utilizaremos la función de la tabla anterior.

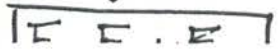
A \ BC	00	01	11	10
0	0	1	1	0
1	1	1	1	0

\downarrow F_1 \downarrow F_2

Formamos agrupamientos de '1's con el siguiente criterio

- Tomamos los '1's que no se puedan agrupar con ningún otro.
- Tomamos grupos de dos '1's que no puedan formar un grupo de cuatro '1's (F_1)
- Tomamos grupos de cuatro '1's que no puedan formar un grupo de ocho '1's (F_2)

Los agrupamientos conseguidos y los



y así sucesivamente. Cuando se cubren todos los 1s finaliza el proceso. Analicemos los agrupamientos.

F_1 : Tiene A con valor en 1 y BC la variable B permanece en 0 pero C varía tomando los valores 0 y 1 de modo que se elimine $F_1 = A\bar{B}$.
Del mismo modo $F_2 = C$. La función completa es:

$$F = F_1 + F_2 = A\bar{B} + C$$

Formando agrupamientos de O_s trabajamos con maxterms y observamos dos agrupamientos F_3 y F_4 . En F_3 , A toma valores 0 y 1 y se elimina. Nos queda BC con valor 10 y como son maxterms $F_3 = \bar{B} + C$.
En F_4 , B varía de 0 a 1 y se elimina y AC toma el valor 00 de modo que $F_4 = A + C$ por lo tanto la función queda: $F = F_3 \cdot F_4 = (\bar{B} + C) \cdot (A + C)$

$$F = \bar{B}A + \bar{B}C + CA + C \cdot C = A\bar{B} + C(\bar{B} + A + C) = A\bar{B} + C \quad \text{por la ley de absorción}$$

TÉRMINOS DE INDIFERENCIA

A veces, por especificaciones de diseño de los circuitos, algunos términos no existen o son irrelevantes. A estos términos se les denomina indiferencia o términos irrelevantes y se suelen representar por X o aspas. Estos términos representados en un mapa de Karnaugh permiten utilizarse para realizar agrupamientos como O_s o como 1_s según convenga durante el proceso de simplificación.

3. Puertas lógicas integradas; escalas de integración.

Los circuitos integrados consiguen construir miles de componentes dentro de una misma cápsula con dimensiones similares a las de un simple transistor.

La reducción de volumen significa una gran ventaja en muchas industrias, militar, médica, aeroespacial pero no es la única. Se consigue una importante reducción de coste ya que se fabrica un alto número de unidades iguales, el material base es de bajo coste, hay una mayor automatización del proceso de fabricación... pero también se consigue un aumento de fiabilidad. Un circuito impreso tiene mayor fiabilidad que otro similar implementado con componentes discretos, reducción de la longitud en las interconexiones, modernas técnicas de fabricación etc..

Las limitaciones en circuitos impresos son:

La potencia máxima disipada es reducida. No se integran transistores de dos tipos en un mismo chip por lo que disminuye el rendimiento.

Su manipulación exige instrumental y herramientas adecuadas. No se integran condensadores ni bobinas, ni resistencias.